

Ueber den Ausfluss der Gase durch ein cylindrisches Ansatzrohr.

Von

Gustav Schmidt,

Professor am deutschen Landespolytechnikum in Prag.

Im Anschluss an die Artikel des Herrn Professors Dr. Zeuner und des Verfassers dieser Zeilen im Civil-Ingenieur, Band 17, Seite 71 und 375 wird hier eine verbesserte Theorie aufgestellt, welche der Natur der Sache am besten entsprechen dürfte.

Ist nach Zeuner's Bezeichnung

p_2, v_2, T_2 der Zustand eines permanenten Gases in einem grossen Ausflussgefäss unter constantem Druck, worin die Geschwindigkeit $w_2 = 0$ angenommen werden kann, und findet der Ausfluss durch ein cylindrisches Ansatzrohr mit dem Ausflussquerschnitt F statt, so contrahirt sich der Strahl innerhalb des Rohres ohne Arbeitsverlust auf den Querschnitt αF , nimmt in diesem contrahirten Querschnitt den Zustand

p_0, v_0, T_0, w_0 an, und verdichtet sich unter Wirbelbildung also Arbeitsverlust bis zu dem Zustand p_1, v_1, T_1, w_1 im Ausfluss-Querschnitt.

Da von dem Zustand 2 bis zu dem Zustand 0 im contrahirten Querschnitt kein Arbeitsverlust stattfindet, so gelten die Weisbach'schen Formeln

$$w_0 = \sqrt{2g \left(\frac{\kappa}{\kappa-1} \right) p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \right]},$$

$$v_0 = v_2 \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$T_0 = T_2 \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Gewicht der pro Secunde ausfliessenden Menge:

$$G = \frac{\alpha F w_0}{v_0},$$

nach welcher Formel G bekanntlich ein Maximum wird, wenn

$$p_0 = p_2 \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = p_2 \left(\frac{2}{2.41} \right)^{1.41} = 0.52660 p_2$$

ist, in welchem Falle

$$v_0 = v_2 \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 1.57590 v_2,$$

$$T_0 = T_2 \left(\frac{2}{\kappa+1} \right) = 0.82987 T_2 \text{ und}$$

$$G = \alpha F \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{2g \left(\frac{\kappa}{\kappa+1} \right) \frac{p_2}{v_2}} = 2.14992 \alpha F \sqrt{\frac{p_2}{v_2}} \text{ wird.}$$

Hierbei ist:

$$w_0 = \sqrt{2g \left(\frac{\kappa}{\kappa+1} \right) p_2 v_1 \left[1 - \frac{2}{\kappa+1} \right]},$$

$$w_0 = \sqrt{2g \left(\frac{\kappa}{\kappa+1} \right) p_2 v_2} = 3.38806 \sqrt{p_1 v_2},$$

oder, wenn B die Constante des Gay-Lussac-Mariotte'schen Gesetzes: $p v = B T$ bedeutet:

$$w_0 = \sqrt{2g \left(\frac{\kappa}{\kappa+1} \right) B T_2} = \sqrt{g \kappa B \left(\frac{2}{\kappa+1} \right) T_2},$$

also:

$$w_0 = \sqrt{g \kappa B T_0} = 20.122 \sqrt{T_0} \text{ Meter.}$$

Das ist aber bekanntlich die Schallgeschwindigkeit bei der absoluten Temperatur T_0 .

Es ergibt sich also der neue Satz: Die Geschwindigkeit w_0 im contrahirten Querschnitt eines cylindrischen Ansatzrohres kann bei einem Beharrungszustand niemals grösser werden als die Schallgeschwindigkeit.

Dies steht in vollem Einklange mit den Worten in Holtzmann's theorettischer Mechanik 1861, S. 376 über den Ausfluss durch eine Mündung in dünner Wand, wo es heisst:

„Die Vermehrung der Verdichtung (in der Vorlage) schreitet mit der Geschwindigkeit des Schalles fort. Die Verdichtung unmittelbar vor der Ausflussöffnung wird daher zunehmen, so lange die Geschwindigkeit des Ausflusses grösser ist als die Geschwindigkeit des Schalles, und so lange kann also auch kein Beharrungszustand eintreten. Dieser wird, wenn zuerst die Dichte vor der Mündung klein war, erst dann eintreten, wenn diese Dichte so gross geworden ist, dass die Geschwindigkeit des Ausströmens der Geschwindigkeit des Schalles gleichgeworden ist.“

Bei unserer Betrachtung tritt der contrahirte Querschnitt innerhalb des Rohres an Stelle der Mündung in dünner Wand.

Für jede beliebige Ausflussmenge wird wegen

$$G = \frac{\alpha F w_0}{v_0} = \frac{F w_1}{v_1},$$

oder:

$$\frac{w_1}{w_0} = \alpha \frac{v_1}{v_0} = \alpha \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \left(\frac{p_0}{T_0} \right)$$

das Verhältniss:

$$\frac{p_1}{p_0} = \alpha \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \left(\frac{w_0}{w_1} \right),$$

also die Mündungsspannung bei der Maximal-Ausflussmenge

$$p_1 = \alpha \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \left(\frac{w_0}{w_1} \right) \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} p_2 = p_m.$$

Ist die äussere Spannung p_1 kleiner als dieser Werth p_m , so kann nach Holtzmann kein Beharrungszustand stattfinden, sondern es tritt in der Vorlage eine Verdichtung ein, bis daselbst die Spannung $= p_m$ geworden ist, worauf erst der Zustand p_m, v_1, T_1, w_1 in der Mündung constant verbleiben kann.

Der vorstehende Factor $\left(\frac{T_1}{T_0} \right) \left(\frac{w_0}{w_1} \right)$ lässt sich in folgender Weise ausdrücken:

Der Arbeitsverlust durch Wirbelbildung im cylindrischen Ansatzrohre bei dem Uebergang von der grösseren Geschwindigkeit w_0 auf die kleinere w_1 wird im Verhältniss

zur lebendigen Kraft (oder angesammelten Bewegungsarbeit) $G \cdot \frac{w_0^2}{2g}$ stehen, und kann daher $= \varphi \cdot G \cdot \frac{w_0^2}{2g}$ gesetzt werden, wobei φ einen Widerstands-Coefficienten bedeutet.

Nun ist ganz allgemein für trockene Dämpfe

$$\left. \begin{aligned} \frac{w_0^2}{2g} &= \frac{\kappa}{\kappa-1} (p_2 v_2 - p_0 v_0) \\ \frac{w_1^2}{2g} &= \frac{\kappa}{\kappa-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) \end{aligned} \right\}$$

wobei für jeden Zustand

$$\left. \begin{aligned} p v &= B T - \frac{C}{v^{\kappa-1}} \\ c_v (\kappa-1) &= A B \end{aligned} \right\}$$

unter $A = \frac{1}{423}$ das calorische Aequivalent der Arbeitseinheit und unter c_v die Wärmecapazität bei constantem Volumen verstanden.

So ist z. B. für atmosphärische Luft nach meiner Berechnung*):

$B = 29 \cdot 2848$, wenn p in Kilogramm pro Quadrat-Meter,
 $B = 0 \cdot 002 \ 833 \ 83$, wenn p in Atmosphären gemessen wird.
 $C = 1 \cdot 55 B$, $\kappa = 1 \cdot 41362$

und $T = 274 \cdot 6 + t$.

Statt dessen wird für Luft gewöhnlich $B = 29 \cdot 272$, $C = 0$,
 $\kappa = 1 \cdot 41$, $T = 273 + t$ gesetzt, also $p v = B T =$

$$= \frac{(\kappa-1) c_v T}{A},$$

daher für permanente Gase:

$$\frac{w_0^2}{2g} = \frac{\kappa c_a}{A} (T_2 - T_0).$$

Also ist der in Calorien ausgedrückte Arbeitsverlust:

$$A \cdot \varphi \cdot G \cdot \frac{w_0^2}{2g} = \varphi \cdot G \cdot \kappa c_v (T_2 - T_0),$$

und wegen dessen Umsetzung in Wärme:

$$\varphi \cdot G \cdot \kappa c_v (T_2 - T_0) = G c_v (T_1 - T_0),$$

also:

$$\kappa \varphi = \frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0}.$$

Weil nun ebenso $\frac{w_1^2}{2g} = \frac{\kappa c_v}{A} (T_2 - T_1)$ wird, so folgt

$$\frac{w_1^2}{w_0^2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_0} = 1 - \kappa \varphi,$$

also:

$$\frac{w_0}{w_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa \varphi}}.$$

Ferner $\kappa \varphi = \frac{\frac{T_1}{T_0} - 1}{\frac{T_2}{T_0} - 1}$, also $\frac{T_1}{T_0} = 1 + \kappa \varphi \left(\frac{T_2}{T_0} - 1 \right)$, wobei

allgemein $\frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ und für die Maximalmenge $\frac{T_2}{T_0} = \frac{\kappa+1}{2}$ ist. In letzterem Falle ist daher

$$\frac{T_1}{T_0} = 1 + \kappa \varphi \left(\frac{\kappa-1}{2} \right),$$

folglich die Minimal-Mündungsspannung

*) Abhandlungen der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften, Folge VI, B. 1. Prag, 1867.

$$p_m = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \kappa \varphi}} \left[1 + \kappa \varphi \left(\frac{\kappa-1}{2} \right) \right] \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} p_2.$$

Man kommt auf die von Zeuner gefundenen numerischen Resultate, wenn man den Contractions-Coefficienten $\alpha = 0 \cdot 7790$ und den Widerstands-Coefficienten $\varphi = 0 \cdot 2635$ annimmt, womit $p_m = 0 \cdot 5569 p_2$ und $G_m = 1 \cdot 67479 F \sqrt{\frac{p_2}{v_2}}$ folgt.

Ist z. B. gegeben: $p_2 = 20668$ Kil. pro Quadrat-Meter (2 Atm.)

$t_2 = 20$, $T_2 = 293$, $v_2 = 0 \cdot 41497$ Cub.-Met., so folgt:

$p_m = 11510$ Kil., $G_m = 373 \cdot 77 F$,

$T_0 = 0 \cdot 82987$, $T_3 = 243 \cdot 15$, $w_0 = 20 \cdot 122 \sqrt{T_0} = 313 \cdot 77$ Met

$v_0 = 1 \cdot 57590$, $v_2 = 0 \cdot 65395$ Cubik-Meter:

$G = \alpha F \cdot \frac{w_0}{v_0} = 479 \cdot 81 \alpha F = 373 \cdot 77 F$.

$T_1 = 1 \cdot 0762$, $T_0 = 0 \cdot 8931$, $T_2 = 261 \cdot 68$.

$v_1 = \frac{29 \cdot 272 T_1}{p_1} = 1 \cdot 6037$, $v_2 = 0 \cdot 66549$ Cubik-Meter.

$w_1 = 0 \cdot 79276$, $w_0 = 2 \cdot 68592 \sqrt{p_1 v_2} = 248 \cdot 74$, und

$G = F \cdot \frac{w_1}{v_1} = 373 \cdot 77 F$ wie oben.

Ist die äussere Spannung $p_1 > p_m$, so gilt die Gleichung:

$$p_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \kappa \varphi}} \left[1 + \kappa \varphi \left\{ \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right\} \right] p_0,$$

worin p_1 und p_2 als gegeben, p_0 als unbekannt anzusehen ist.

Man setze in diesem Falle:

$$\frac{p_1}{p_0} = x,$$

so hat man zur Bestimmung von x die transcendente Gleichung:

$$x = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \kappa \varphi}} \left[1 + \kappa \varphi \left\{ \left(\frac{p_2 x}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right\} \right], \text{ oder}$$

$$\frac{x \sqrt{1 - \kappa \varphi} - \alpha}{\alpha \kappa \varphi} + 1 = \left(\frac{p_2 x}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\frac{\sqrt{1 - \kappa \varphi}}{\alpha \kappa \varphi} (x - \alpha \sqrt{1 - \kappa \varphi}) = \left(\frac{p_2 x}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$2 \cdot 7391 (x - 0 \cdot 61756) = \left(\frac{p_2 x}{p_1} \right)^{0 \cdot 29078}$$

Diese Gleichung gibt:

für $x = 1$

$$p_1 = 0 \cdot 85238 p_2$$

„ $x = 0 \cdot 980566$,

$$p_1 = p_2.$$

Für $p_1 = p_2$ wäre also $p_0 = \frac{p_1}{x} = 1 \cdot 0198 p_1 = 1 \cdot 0198 p_2$, was natürlich unmöglich ist.

Hieraus ist klar, dass die Coefficienten α und φ die Bedingung erfüllen müssen, dass für $p_1 = p_2$, $x = 1$ ist, folglich muss

$$\frac{\sqrt{1 - \kappa \varphi}}{\alpha \kappa \varphi} (1 - \alpha \sqrt{1 - \kappa \varphi}) = 1, \text{ oder}$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{1 - \kappa \varphi} &= \alpha \\ \kappa \varphi &= 1 - \alpha^2 \end{aligned} \right\} \text{ sein.}$$

Die Gleichung für x reducirt sich daher auf:

$$\frac{x - \alpha^2}{1 - \alpha^2} = \left(\frac{p_2 x}{p_1} \right)^{0.29078}$$

und wir werden für α den Mittelwerth aus den früheren Werthen von α und von $\sqrt{1 - \alpha^2}$ wählen. Wir fanden früher $\alpha = 0.779$, $\sqrt{1 - \alpha^2} = 0.793$, daher setzen wir jetzt:

$$\alpha = 0.786, \quad \alpha^2 = 1 - \alpha^2 = 0.38220, \quad \varphi = 0.27107$$

$$p_m = \left[1 + \left(\frac{\alpha - 1}{2} \right) (1 - \alpha^2) \right] \left(\frac{2}{\alpha + 1} \right)^{\frac{\alpha}{1 - \alpha^2}} p_2 =$$

$$= (1 + 0.205 \cdot 0.3822) \cdot 0.5266 p_2 = 0.56786 p_2,$$

statt des früheren Werthes $0.55690 p_2$,

Der Unterschied beträgt $0.01096 p_2$ oder etwas über 1 Procent von p_2 , was als innerhalb des Beobachtungsfehlers liegend, angenommen werden kann.

Der corrigirte Grenzfall stellt sich also so dar:

$$p_m = 0.56786 p_2 \text{ statt } 0.55690 p_2,$$

$$T_1 = (1 + 0.3822 \cdot 0.205) T_0 = 1.07835 T_0$$

$$= 0.89490 T_2 \text{ statt } 0.8931 T_2$$

$$v_1 = B \cdot \frac{T_1}{p_1} = B \cdot \frac{0.89490 T_2}{0.57686 p_2} = 1.5759 v_2 \text{ statt } 1.6037 v_2$$

$$w_1 = \alpha w_0 = 2.6630 \sqrt{p_2 v_2} \text{ statt } 2.6859 \sqrt{p_2 v_1}$$

$$G = F \frac{w_1}{v_1} = 1.6898 F \sqrt{\frac{p_2}{v_2}} \text{ statt } 1.6748 F \sqrt{\frac{p_1}{v_2}}$$

Für die andern Fälle, wo $p_1 < p_m$ ist, hat man $x = \frac{p_1}{p_0}$

zu rechnen aus:

$$\frac{x - 0.6178}{0.3822} = \left(\frac{p_2 x}{p_1} \right)^{0.29078} \quad (1).$$

$$\text{Setzt man } \frac{p_2 x}{p_1} = y \text{ und } y^{0.29078} = z,$$

so ist näherungsweise innerhalb der vorkommenden Grenzen $y = 1$ bis 1.9 ,

$$z = 1.00073 + 0.05536 (y - 1) (6 - y) \quad (2).$$

Zum Vergleich dient folgende

Tabelle:

y	z nach (1)	z nach (2)	Fehler
1.05	1.01429	1.01443	+ 0.00014
1.10	02810	02786	— 24
1.15	04148	04100	— 48
1.20	05445	05388	— 57
1.25	06704	06647	— 57
1.30	07928	07879	— 49
1.35	09119	09083	— 36
1.40	10279	10259	— 20
1.45	11410	11408	— 2
1.50	12513	12529	+ 16
1.55	13591	13622	+ 31
1.60	14644	14688	+ 44
1.65	15675	15726	+ 51
1.70	16683	16736	+ 53
1.75	17671	17719	+ 48
1.80	18639	18674	+ 35
1.85	19588	19601	+ 13
1.90	20519	20501	— 18

Wir erhalten also:

$$\frac{x - 0.6178}{0.3822} = 1.00073 + 0.05536 (y - 1) (6 - y),$$

oder wegen $x = \frac{p_1}{p_2} y$ nach Division mit 0.05536 ,

$$47.2621 \frac{p_1}{p_2} y = 47.2752 + 7y - 6 - y^2$$

$$y^2 + (47.2621 \frac{p_1}{p_2} - 7)y = 41.2752,$$

woraus sich ergibt:

$$y = \frac{p_2}{p_0} =$$

$$= 3.5 - 23.631 \frac{p_1}{p_2} \left[1 - \sqrt{1 - 0.29622 \left(\frac{p_2}{p_1} \right) + 0.09585 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2} \right],$$

und $x = \frac{p_1}{p_2} y$ 3)

für $\frac{p_1}{p_2} = 1$ wird $y = 1.0003$ statt genau $= 1$ und für den

Grenzfall $\frac{p_1}{p_2} = 0.56786$ oder $\frac{p_2}{p_1} = 1.7610$ wird $y = \frac{p_2}{p_0}$

$$= 1.89890 \text{ oder } \frac{p_0}{p_2} = 0.52687 \text{ statt genau } 0.52660.$$

Aus dieser Gleichung (3) folgt also sehr bequem der

Werth p_0 und $x = \frac{p_1}{p_2} y$, sodann

$$\frac{T_0}{T_2} = \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} = \left(\frac{1}{y} \right)^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} = \frac{1 - \alpha^2}{x - \alpha^2},$$

$$\frac{T_1}{T_0} = 1 + \alpha \varphi \left(\frac{T_2}{T_0} - 1 \right) = 1 + (1 - \alpha^2) \left(\frac{x - 1}{1 - \alpha^2} \right) = x,$$

also:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1}{p_0}, \quad \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_0}{p_0},$$

somit als interessantes Zwischenresultat $v_1 = v_0$, dann:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_0}{T_2} \cdot \frac{T_1}{T_0} = x \left(\frac{1 - \alpha^2}{x - \alpha^2} \right), \quad v_1 = \frac{B T_1}{p_1},$$

$$w_1 = \alpha w_0 = \alpha \sqrt{2g \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right) p_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{1}{y} \right)^{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} \right]}$$

$$= \alpha \sqrt{2g \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right) p_2 v_2 \left(\frac{x - 1}{x - \alpha^2} \right)}$$

$$G = \frac{F w_1}{v_1} = \frac{F w_1 p_1}{B T_1} = \frac{F p_1}{B} \cdot \frac{\alpha \sqrt{2g \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right) p_2 v_2 \left(\frac{x - 1}{x - \alpha^2} \right)}}{T_2 x \left(\frac{1 - \alpha^2}{x - \alpha^2} \right)}$$

$$= F p_1 \alpha \sqrt{2g \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right)} \cdot \frac{\sqrt{p_2 v_2}}{B T_2} \cdot \frac{\sqrt{(x - 1)(x - \alpha^2)}}{(1 - \alpha^2) x} =$$

$$\alpha \sqrt{2g \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right)} \cdot \frac{F p_1}{x} \sqrt{\frac{(x - 1)(x - \alpha^2)}{p_2 v_2}}.$$

Mit $\alpha = 0.786$ ergeben sich in Verbindung mit den Formeln 3) nachfolgende Formeln für den practischen Gebrauch:

$$T_1 = \frac{0.3822 x}{x - 0.6178} T_2$$

$$v_1 = \frac{29.272 T_1}{p_1}$$

$$w_1 = 6.4564 \sqrt{p_2 v_2 \left(\frac{x - 1}{x - 0.6178} \right)}$$

$$G = 16.8925 \frac{F p_1}{x} \sqrt{\frac{(x - 1)(x - 0.6178)}{p_2 v_2}}$$

. . . 4)

die drehende Wirkung der anderen Kraft Q_1 allein gleich sein jener der beiden Kräfte P und P_1 ; da aber diese bezüglich eines Punctes immer nur eine und dieselbe drehende Wirkung ausüben, so muss diess auch von Q_1 gelten, was nur sein kann, wenn letztere Kraft immer in einer bestimmten durch M gehenden Ebene liegt.

Geht also eine der beiden Kräfte durch einen Punct, so liegt die andere in einer durch den Punct gehenden Ebene. Sei umgekehrt für die Kraft Q die Bedingung gegeben, dass sie in einer bestimmten Ebene zu liegen habe, so wird die andere Kraft Q_1 diese Ebene im Allgemeinen in einem Puncte schneiden. Da nun die drehende Wirkung jeder der in der Ebene liegenden Kräfte bezüglich jedes Punctes im Raume — also auch bezüglich des Durchschnittspunctes der entsprechenden andern Kraft mit der Ebene — gleich sein muss jener der Kräfte P und P_1 bezüglich dieses jeweiligen Durchschnittspunctes, erstere drehende Wirkung aber immer im Sinne der gegebenen Ebene wirkt, so müssen die Durchschnittspuncte der entsprechenden Kräfte Q_1 mit der Ebene in einen Einzigen zusammenfallen, da nur bezüglich eines einzigen Punctes in der gegebenen Ebene die Drehung von P und P_1 im Sinne dieser Ebene geschehen kann.

Liegt also eine Kraft in einer Ebene, so geht die andere durch einen in der Ebene liegenden Punct. Liegt die eine Kraft in zwei Ebenen zugleich, also in einer Geraden, so muss die andere Kraft durch die den beiden Ebenen entsprechenden Puncte gehen, also ebenfalls in einer bestimmten Geraden liegen. In Bezug auf ein System von Kräften, welches auf zwei nicht in einer Ebene liegende Kräfte zurückgeführt werden kann, entspricht also jedem Puncte eine durch ihn gehende Ebene, jeder Ebene ein in ihr liegender Punct, jeder Geraden eine andere Gerade. Leicht ersieht man auch, dass die Ebene, der ein Punct entspricht, auch die dem Puncte entsprechende Ebene ist, und umgekehrt.

Soll eine Kraft durch einen Punct gehen und zugleich in einer Ebene liegen, so muss die andere Kraft in der dem Puncte entsprechenden Ebene liegen, sowie auch durch den der Ebene entsprechenden Puncte gehen; letzterer muss also ein Punct der zweiten Ebene sein, mithin geht die einem Puncte entsprechende Ebene durch den der (ersten) Ebene entsprechenden Punct.

Der einer Ebene entsprechende Punct wird Pol dieser Ebene, letztere selbst die Polarebene des Punctes genannt; zwei einander entsprechende Gerade nennt man conjugirt oder reciprok.

Einem Bündel paralleler Ebenen entsprechen als Pole die Puncte einer bestimmten Geraden — der Conjugirten der im Unendlichen liegenden Durchschnittslinie der Ebenen; ihr in unendlicher Entfernung liegender Punct I ist der Pol der im Unendlichen liegenden Ebene. Auf diese Art entsprechen allen Büscheln paralleler Ebenen die Puncte aller Geraden, welche durch I gehen, also unter sich pa-

rallel sind. Unter diesen ist eine, die auf dem entsprechenden Ebenenbüschel senkrecht steht, und Central-Axe des Systems genannt wird.

Jede zur Central-Axe parallele Gerade hat also ihre Conjugirte im Unendlichen; jede zur Central-Axe parallele Ebene hat ihren Pol im Unendlichen.

Legt man — was immer möglich ist — durch irgend zwei das System ersetzende Kräfte — oder, was dasselbe ist, durch irgend zwei conjugirte Gerade — zwei parallele Ebenen — betrachtet eine derselben als gegeben, so sieht man, dass ihr Pol — als Durchschnittspunct der andern Kraft mit der Ebene — im Unendlichen liegt. Jedes durch zwei conjugirte Gerade gelegte parallele Ebenenpaar ist also parallel zur Central-Axe*). Daraus folgt, dass wenn man zwei conjugirte Gerade parallel zur Central-Axe auf eine zur genannten Axe senkrechten Ebene — orthographische Ebene genannt — projicirt, die beiden Projectionen parallel sein müssen.

Behält man diese Art des Projicirens im Auge, so erkennt man leicht, dass:

1. Mehreren Geraden r des Raumes, deren Projectionen coincidiren, andere Gerade r' entsprechen, deren Projectionen coincidirend oder parallel sind, je nachdem die Geraden r (nothwendigerweise in einer zur Central-Axe parallelen Ebene enthalten) parallel sind oder nicht.

2. Mehreren Geraden r des Raumes, deren Projectionen parallel sind, andere Gerade r' entsprechen, deren Projectionen coincidirend oder parallel sind, je nachdem die Geraden r (nothwendigerweise parallel zu einer und derselben durch die Central-Axe gehenden Ebene) parallel sind oder nicht.

Zwei Polyeder nennt man reciprok, wenn die Ecken des Einen die Pole der Flächen des Andern sind, so dass nach dem Gesagten auch die Flächen des einen Polyeders Theile der Polarebenen der Ecken des anderen Polyeders sind, ebenso auch beziehungsweise je zwei Kanten einander conjugirt sein werden.

Jedem körperlichen n -Ecke in dem einen entspricht — als Theil der Polarebene des Eckpunctes — ein ebenes n -Eck im andern Polyeder und umgekehrt. Jede Kante des körperlichen n -Eckes gehört aber auch einem anderen körperlichen Vielecke an; daher auch jede Seite des ebenen n -Eckes einem andern ebenen Vielecke angehört; alle diese Vielecke hängen auf diese Weise als die Seitenflächen des zweiten Polyeders zusammen, welches — nebenbei bemerkt — dem Ersten zugleich ein- und umgeschrieben ist, weil einerseits seine Ecken die Pole der Flächen des anderen Polyeders sind, also in letzteren liegen, andererseits weil seine Flächen die Ecken des anderen Polyeders als Pole haben, also durch alle diese Ecken gehen.

Projicirt man nun zwei reciproke Polyeder in der

*) Ein Satz, dessen Richtigkeit unmittelbar auch aus der Eigenschaft hervorgeht, dass die Durchschnittslinien der durch je zwei einander entsprechenden Kräfte gelegten parallelen Ebenenpaare parallel sind; was bei eingehender Betrachtung nicht schwer zu beweisen ist.

oben angeführten Weise — d. h. parallel zur Central-Axe auf eine zu dieser senkrechten Ebene — orthographische Ebene, — so werden die Projectionen mit reciproken Eigenschaften versehene orthographische Figuren sein; jeder Seite der einen Figur wird eine Parallele in der Andern entsprechen; wenn in der einen Figur von einem Punkte n -Strahlen ausgehen, so werden die diesen Strahlen parallelen Linien die Seiten eines geschlossenen n -Eckes bilden. Die Anzahl der Knotenpunkte in der einen Figur wird gleich sein der Anzahl der Polygone in der Andern, und umgekehrt. Wenn das eine Polyeder eine Ecke im Unendlichen besitzt, entspricht dem Andern eine zur Central-Axe parallel oder auf der orthographischen Ebene senkrechte Fläche, und umgekehrt; d. h. wenn die eine orthographische Figur eine Ecke im Unendlichen hat, so enthält die Andere ein Polygon, dessen Seiten in eine Gerade fallen (die parallel ist zur Richtung, in welcher die unendlich weit entfernte Ecke der ersten Figur liegt) und umgekehrt.

Wenn der im Unendlichen der Central-Axe liegende Punkt die Spitze eines dem ersten Polyeder angehörigen körperlichen n -Eckes ist, so hat das andere Polyeder ein n -Eck in der im Unendlichen liegenden Ebene. Dann verringert sich in der ersten orthographischen Figur die Anzahl der Knoten um 1, die der Polygone um n , die der Geraden ebenfalls um n ; in der Zweiten um beziehungsweise n , 1, n und man sieht, dass auch in diesem Falle die Anzahl der Knoten der einen Figur gleich der Polygone in der andern Figur ist, und umgekehrt, und dass ebenso die Anzahl der Geraden einander gleich ist.

Diese orthographischen Figuren nun — auch reciproke Diagramme genannt — welche man als orthographische Projectionen zweier reciproker Polyeder erhält, finden sich auch in der graphischen Statik.

Die mechanische Eigenschaft der reciproken Diagramme findet sich in folgendem Satze von Clerk Maxwell*) ausgedrückt:

„Wenn man Kräfte, deren Grössen durch Linien dargestellt sind, auf die Endpunkte der correspondirenden Linien der reciproken Figur wirken lässt, so werden alle Punkte der reciproken Figur unter der Action dieser Kräfte im Gleichgewichte sein.“

Die Wahrheit dieses Satzes ergibt sich sogleich, wenn man bemerkt, dass die an irgend einem Knoten des zweiten Diagrammes angebrachten Kräfte**) parallel und proportional den Seiten eines geschlossenen Polygons im ersten Diagramme sind. Der Satz ist besonders nützlich, wenn man ihn auf die graphische Bestimmung der inneren Kräfte eines Balkennetzes anwendet.

*) Clerk Maxwell verdankt man eigentlich die geometrische Theorie der reciproken Diagramme, welche er zuerst aus der Projection zweier reciproker Polyeder ableitete, obwohl diese Polyeder nicht im Sinne der Theorie von Möbius reciprok sind.

**) Als solche werden eben die von dem Knoten ausgehenden Linien betrachtet.

Es handelt sich nun darzuthun, dass das Kräfte- und Seilpolygon sich auf zwei reciproke Diagramme zurückführen lassen.

Sind in einer Ebene, (welche immer als orthographische Ebene betrachtet wird) n Kräfte P_1, P_2, \dots, P_n gegeben, die im Gleichgewichte stehen, so begreift man unter Kräftepolygon ein Polygon, dessen Seiten 1, 2, \dots, n den Linien, welche die Kräfte darstellen, equipollent*) sind. Nimmt man einen Punkt O (in derselben Ebene), den man Pol des Kräftepolygons nennt, projicirt man aus ihm die Ecken des Polygons und bezeichnet man mit (rs) den Strahl, welcher die den Seiten r und s gemeinsame Ecke projicirt, so versteht man unter Seilpolygon (dem Pole O entsprechend) ein Polygon, dessen Ecken in die Actionslinien**) der Kräfte fallen, und dessen Seiten den durch O gehenden Strahlen beziehungsweise parallel sind***), so dass die zwischen den Actionslinien der Kräfte P_r und P_s liegende Seite dem Strahle $O(rs)$ parallel ist.

Das Seilpolygon wie auch das Kräftepolygon müssen beim Gleichgewichte der gegebenen Kräfte als geschlossene Polygone resultiren.

Laufen nun die Actionslinien der gegebenen Kräfte in einem Punkte zusammen (Fig. 1), so sieht man leicht, dass man auf diese Weise bereits zwei reciproke Diagramme construirt hat, welche augenscheinlich die orthographischen Projectionen zweier n -seitiger Pyramiden sind.

Fig. 1 A.

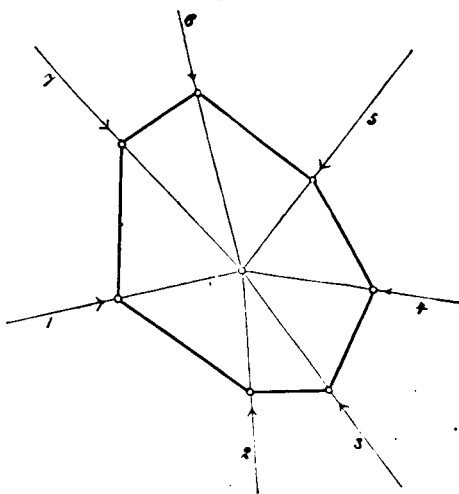
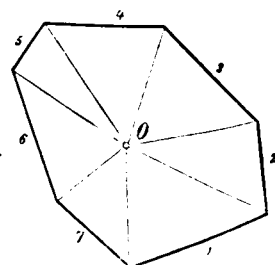


Fig. 1 B.



Sind die Kräfte parallel, so reducirt sich das Kräftepolygon auf eine Gerade; die Basis der ersten Pyramide steht also senkrecht auf der orthographischen Ebene und die Spitze der Zweiten liegt daher im Unendlichen, d. h. das zweite Polyeder ist ein Prisma, welches bloß eine Basis in endlicher Distanz hat. Dieser Fall ist durch die Fig. 2 dargestellt, wo die Seiten des Kräftepolygons nicht bloß durch eine Ziffer 1, 2, 3 \dots sondern durch zwei an den Enden jedes Abschnittes gestellten Ziffern bezeichnet sind; so dass die Abschnitte 0 1, 1 2, 2 3, 3 4, den Geraden 1, 2, 3, 4 \dots des zweiten Diagrammes entsprechen. (Hier,

*) D. h. gleich in Grösse, Richtung und Sinn.

**) Die mit den fetten Ziffern 1, 2, 3 \dots, n bezeichnet werden sollen.

***)) Beim Construiren dieses Polygons ist die Wahl des ersten Eckpunktes in der betreffenden Actionslinie eine willkürliche.

sowie in der Folge werden im Texte zwei Serien von Nummern 1, 2, 3, ... r , ... s , und 1, 2, 3, ... r , ... s gebraucht, um die Linien des einen Diagrammes von den entsprechenden des Andern zu unterscheiden.)

Fig. 2 A.

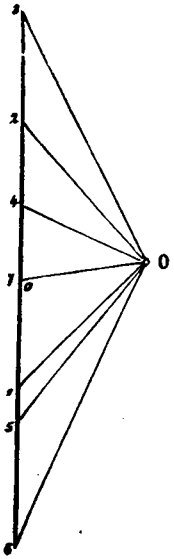
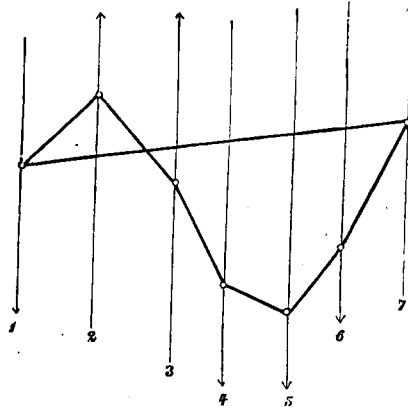
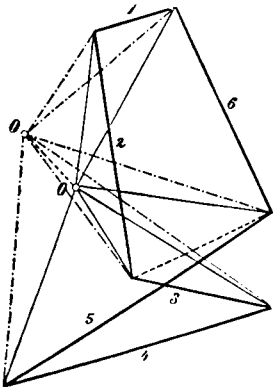


Fig. 2 B.



Betrachten wir nun den allgemeinen Fall, wo die Kräfte nicht in einem Punkte zusammenlaufen. Man nehme

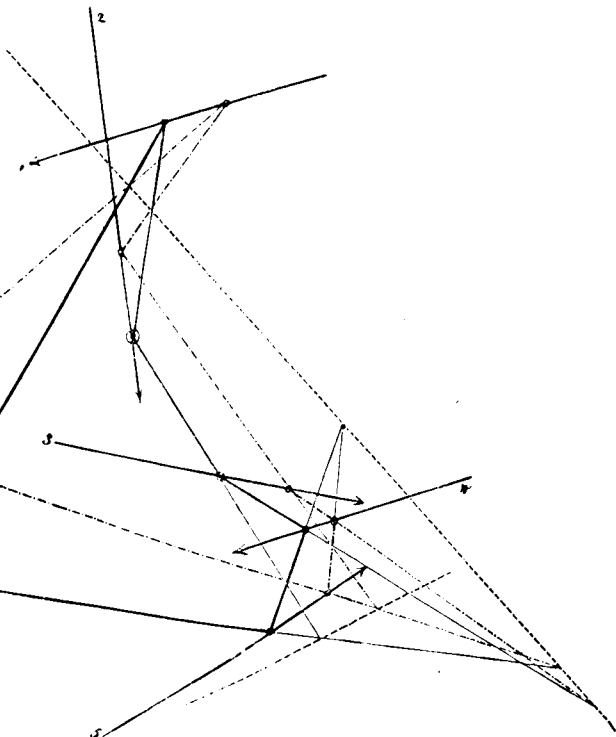
Fig. 3 A.



einen zweiten Pol O' an, verbinde ihn mit den Ecken des Kräftepolygons mittelst Geraden, und construire ein zweites, dem Pole O' entsprechendes Seilpolygon, dessen Ecken in die Actionslinien der Kräfte fallen, und dessen Seiten den von O' ausgehenden Strahlen beziehungsweise parallel sind.

(Siehe Figur 3 und 4, in welchen die vom zweiten Pole ausgehenden Strahlen, so wie auch das

Fig. 3 B.

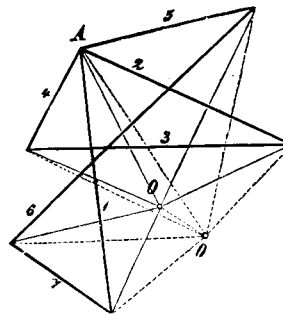


entsprechende Seilpolygon mit strichpunctirten Linien gezogen sind.)

Das auf diese Weise vom Kräftepolygon und von den von O und O' ausgehenden Strahlen, sowie das von den Actionslinien der Kräfte und den beiden Seilpolygone gebildete Diagramm sind nun augenscheinlich reciprok. Das Erste ist die Projection eines von zwei körperlichen n -Ecken gebildeten Polyeders*), deren entsprechende Seitenflächen sich in einem unebenen n -seitigen Polygone schneiden; das zweite Diagramm ist die Projection eines Polyeders, das durch zwei n -seitige ebene Polygone begrenzt ist, deren entsprechende Seiten sich schneiden.

Die Gerade, welche die Spitzen der beiden körperlichen n -Ecken des ersten Polyeders verbindet, ist jener

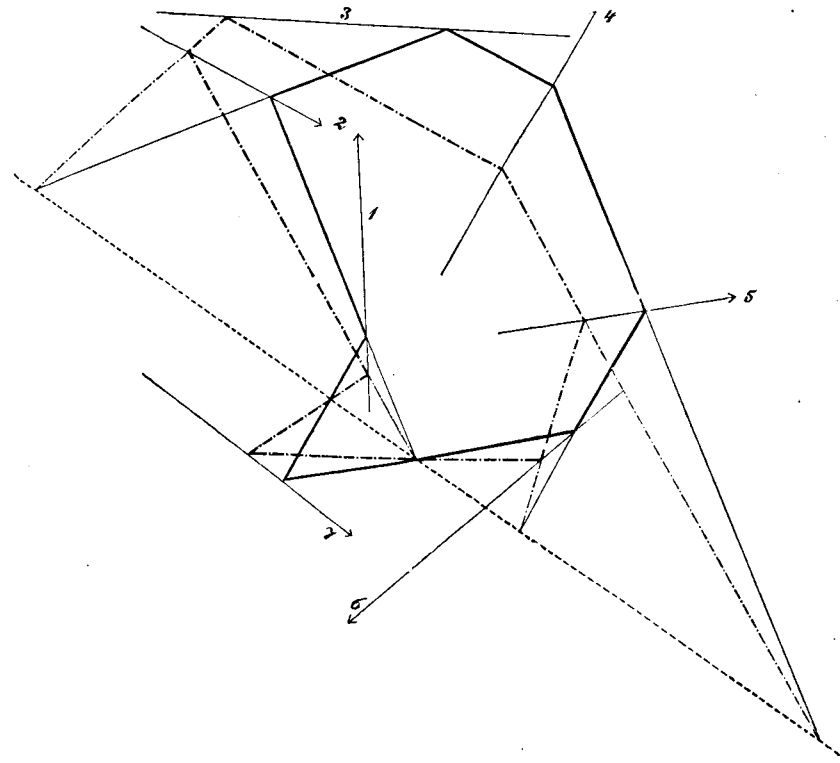
Fig. A.



Geraden conjugirt, welche den beiden Basisebenen des zweiten Polyeders gemein ist. Daraus folgt, dass — wenn man noch im Auge behält, dass je zwei conjugirte Gerade als Parallele projectirt werden — je zwei entsprechende Seiten der beiden Seilpolygone sich in einer zur Verbindungslinie der beiden Pole O und O' parallelen

Geraden schneiden.

Fig. 4 B.



Dies ist der wichtigste Fundamentalsatz für die graphische Statik, insbesondere für Culmann's Methoden. Lässt man die beiden Pole O und O' coincidiren, so fallen die entsprechenden Seiten der Seilpolygone parallel aus (Figur 5). Dann steht die Gerade, welche die Spitzen der beiden körperlichen n -Ecken verbindet, senkrecht auf der

*) Dieses Polyeder hat $3n$ Kanten, $2n$ dreieckige Flächen, zwei körperliche n -Ecken und n körperliche Vierecke; das andere hat $3n$ Kanten, $2n$ körperliche Dreiecke, zwei n -seitige Polygone als Grundflächen und n vierseitige Flächen.

orthographischen Ebene, während die Basen des zweiten Polyeders einander parallel sind*).

Die Diagonale zwischen zwei körperlichen Vierecken des ersten Polyeders (oder die Diagonale, welche zwei Ecken

Fig. 5 A.

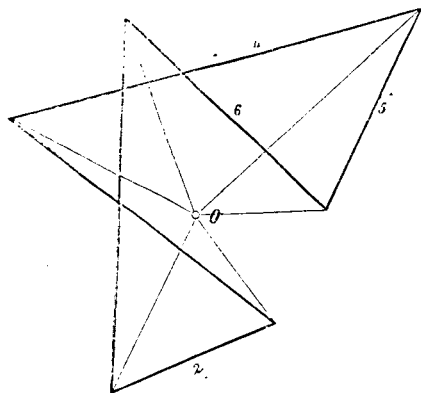
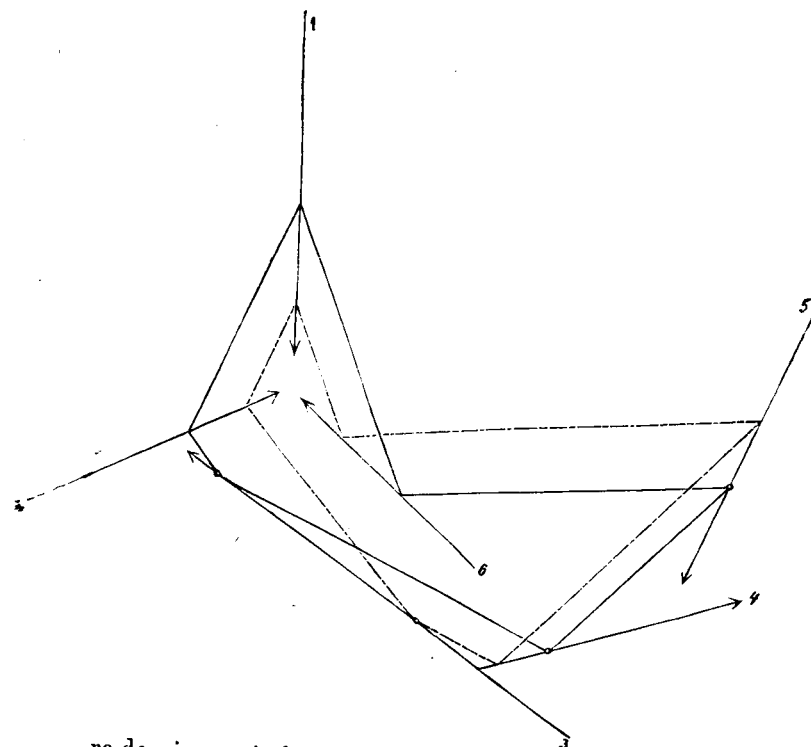


Fig. 5 B.



ra de eine zwischen zwei Ecken $(r, r + 1)$, $(s, s + 1)$ des Kräftepolygons gezogene Diagonale — oder eine der

*) Wie man sieht, fällt auf diese Weise das erste Diagramm so einfach als möglich aus. Wollte man hingegen das Zweite vereinfachen, so kann man den Pol O' in beliebiger Richtung in's Unendliche versetzen; das Polyeder, dessen orthographische Projection das zweite Diagramm ist, hätte dann die Spitze einer seiner beiden körperlichen n -Ecken im Unendlichen, und da die Polarebene eines im Unendlichen liegenden Punktes parallel zur Central-Axe ist, (also senkrecht auf der orthographischen Ebene steht), so hätte das neue, dem Pole O' entsprechende Seilpolygon alle seine Seiten in einer Geraden ausgestreckt; und da die Position dieser Geraden in der orthographischen Ebene eine noch willkürliche wäre, so könnte man sie in's Unendliche verlegen.

Ein noch einfacheres Resultat würde man auf folgende Weise erzielen: Denkt man sich, dass besagtes Polyeder die Spitze eines der beiden körperlichen n -Ecken im Unendlichen der Central-Axe habe, so verschwindet im ersten Diagramme der Pol O' , weil die Kanten jenes körperlichen n -Eckes sich in die Ecken des Kräftepolygons projiciren. Die Polarebene der Spitze des körperlichen n -Eckes ist aber dann die im Unendlichen liegende Ebene, folglich fällt das ganze zweite Seilpolygon in's Unendliche.

Resultirenden der Kräfte $P_{r+1}, P_{r+2}, \dots P_s$ equipollente Gerade; die zweite Gerade ist die Actionslinie eben dieser Resultirenden; daraus folgt, dass die Actionslinie der Resultirenden einer beliebigen aufeinanderfolgenden Zahl von Kräften $P_{r+1}, P_{r+2}, \dots P_s$ durch denjenigen Punkt geht, der den Seiten $(r, r + 1)$ $(s, s + 1)$ des Seilpolygons gemein ist — was der zweitwichtigste Fundamentalsatz der graphischen Statik ist. (Siehe Fig. 3 die Resultirende der Kräfte 6, 1, 2.)

Steht die erwähnte Diagonale des ersten Polyeders senkrecht auf der orthographischen Ebene, so ist die conjugirte Gerade im Unendlichen. Dann werden im Kräftepolygone die Ecken $(r, r + 1)$, $(s, s + 1)$ in einem Punkte A coincidiren, und in jedem der beiden Seilpolygone werden die Seiten $(r, r + 1)$, $(s, s + 1)$ parallel sein.

Die Resultirende der Kräfte $P_{r+1}, P_{r+2}, \dots P_s$ hat also eine verschwindend kleine Grösse, und ihre Actionslinie fällt in die unendlich weit entfernte Gerade der orthographischen Ebene; sie ist äquivalent einem Kräftepaare, dessen Kräfte längs der genannten parallelen Seilpolygons-Seiten wirken, und in ihrer Grösse durch die den Punkt O mit A verbindende Gerade dargestellt sind. Der Sinn der längs der Seite $(r, r + 1)$ wirkenden Kraft ist der von A nach O , der Sinn der andern längs der Seite $(s, s + 1)$ wirkenden Kraft der entgegengesetzte also von O nach A .

Sind die Kräfte $P_1, P_2, P_3, \dots P_{n-1}$ gegeben, so dienen die beiden Polygone (Kräfte- und Seilpolygon) dazu, die der Resultirenden aller dieser Kräfte gleiche und entgegengesetzt wirkende Kraft P_n zu bestimmen. (Siehe Fig. 3, wo $n = 5$ ist.) In der That, construirt man die gebrochene Linie, deren einzelne Geraden den gegebenen Kräften equipollent sind, so wird die Gerade, welche die beiden Endpunkte der gebrochenen Linie — vom Ende gegen den Anfang derselben gerichtet — mit einander verbindet der Kraft P_n equipollent sein. Nimmt man daher einen Pol an, und construirt man ein Polygon (Seilpolygon), dessen erste $n - 1$ Ecken in die Actionslinien der gegebenen Kräfte fallen, und dessen Seiten beziehungsweise parallel sind zu denjenigen Geraden, welche die Ecken des ersten Polygons mit dem Pole verbinden, so ist die Gerade, welche durch die letzte Ecke des Seilpolygons (d. h. durch den Schnittpunkt der ersten und letzterhaltenen Seite) geht, und zur letzten Seite des Kräftepolygons parallel läuft, die Actionslinie der letzten Kraft P_n .

Aus dem ersten Fundamentalsatze der graphischen Statik folgt ohne Weiteres, dass, wenn sich der Pol in einer Geraden bewegt, und man voraussetzt, dass die erste Seite des Seilpolygons immer durch einen festen Punkt gehe, auch die anderen Seiten sich um eben so viele feste Punkte drehen werden, die alle mit dem Ersten in einer zur Geraden, in der sich der Pol bewegt, parallelen Geraden liegen. Dies ist ein specieller Fall eines allgemeinen Satzes der neueren Geometrie*), der auch bereits von dem römischen Geometer Pappus aufgestellt wurde.

Nimmt man nun an, dass der Pol was immer für einen Ort (in der Ebene des Kräftepolygons) einnehmen

*) Reye, Erste Abtheilung, Seite 51.

könne, so lassen sich die Eigenschaften der beiden Polygone (Kräfte- und Seilpolygon) durch nachstehenden geometrischen Satz zusammenfassen:

Es sei ein ebenes n -seitiges Polygon gegeben, und überdiess in derselben Ebene $n-1$ Gerade die den ersten $n-1$ Geraden des Polygons beziehungsweise parallel sind. Von einem Punkte oder Pole — ohne Beschränkung in der Ebene beweglich — denke man sich die Ecken des gegebenen Polygons projicirt. Nun denke man sich ein n -seitiges variables Polygon, dessen erste $n-1$ Ecken der Reihe nach in die gegebenen $n-1$ Geraden fallen sollen, während die n Seiten parallel zu den Strahlen sein sollen, welche vom Pole zu den bezüglichen Ecken des gegebenen Polygons gehen. Es wird dann der Durchschnittspunkt von was immer für zwei Seiten des variablen Polygons in eine bestimmte Gerade fallen, die zur Diagonale zwischen den entsprechenden Ecken des gegebenen Polygons parallel läuft.

Dieser Satz — eine Wiederholung des zweiten Fundamentalsatzes — der mit Hilfe der blossen ebenen Geometrie durchaus nicht leicht zu beweisen ist, erhellt geradezu, wenn man die ebenen Figuren als orthographische Projektionen reciproker Polyeder betrachtet.

Gehen wir nun zu complizirteren Diagrammen über, wie solche sich in der Theorie der Balkennetze finden. Seien S und S' die zwei Oberflächen reciproker Polyeder — welch' letztere einfach geschlossen und mit einem Saume*) versehen sein sollen; sei P das von S und derjenigen pyramidalen Oberfläche gebildete Polyeder, deren Spitze ein willkürlich im Raume fixirter Punkt O , und deren Richtlinie der polygonale Umfang von S ist; sei ferner P' das reciproke Polyeder von P . Projicirt man nun diese beiden Polyeder auf die bekannte Weise orthographisch, so erhält man solche zwei reciproke Diagramme, die eben hier in Betracht gezogen werden sollen**).

Ist nun die Projection von S' das Schema eines Balkennetzes mit p Knoten und m geradlinigen Stücken, für welches die äusseren Kräfte die Projectionen der Kanten des Saumes von S' als Actionslinien haben, und sind die Grössen dieser Kräfte durch die n Seiten des Polygons dargestellt, welches die Projection des Saumes von S ist, dann wird die Projection jener Fläche von S' ,

*) Unter Saum ist hier ein durch die Seitenflächen gebildetes, das ganze Polyeder gleichsam umfassendes Polygon zu verstehen, so dass, wenn z. B. der Saum von S ein ebenes, das Polyeder begrenzendes n -seitiges Polygon ist, jener von S' ein Punkt u. z. die Spitze eines körperlichen n Eckes sein wird. Zur leichten Versinnlichung ist es am besten; sich S als ein Polyeder vorzustellen, das aus zwei körperlichen n -Ecken besteht, deren Kanten sich in einem schiefen Polygone schneiden; dann ist S' ein von zwei n -seitigen ebenen Polygone und von n Vierecken begrenztes Polyeder.

**) Enthält der Saum von S n Seiten und hat dieses Polyeder noch andere m Kanten (natürlicherweise ist $m \leq n$) und p Flächen, so wird das Polyeder P $n + p$ Flächen, $2n + m$ Kanten und daher $m + n - p + 2$ Ecken haben. Folglich hat S ausser dem Saume $m - p + 1$ Ecken (also kann m nicht kleiner sein als $p - 1$). Reciprokerweise wird P' $m + n - p + 2$ Flächen, $n + p$ Ecken und $2n + m$ Kanten haben.

welche in der Ebene O' liegt (die dem fixen Punkte O conjugirte Ebene), das Seilpolygon der äusseren Kräfte sein, das dem Punkte O der Projection von O , entspricht*) und die Projectionen der m Kanten von S , die nicht dem Saume angehören, werden die Grössen der inneren Kräfte geben, denen die Glieder des Balkennetzes in Folge des gegebenen Systems der äusseren Kräfte unterworfen sind**).

Lässt man den Punkt O sich in der auf der orthographischen Ebene senkrechten Richtung in's Unendliche entfernen, so ist O' die Ebene im Unendlichen. Das erste Diagramm reducirt sich sodann auf die Projection von S allein, d. h. auf die Geraden, welche die äusseren und inneren Kräfte messen; das zweite Diagramm wird nur mehr das Schema des Balkennetzes enthalten, indem das Seilpolygon ganz und gar verschwindet.

In den begleitenden Figuren ist das erste Diagramm immer mit dem Buchstaben b , das zweite mit a bezeichnet.

Sind die äusseren Kräfte — also die Kanten des Saumes von S' — unter sich parallel, wie dieses in der praktischen Anwendung sehr häufig vorkommt, so wird der Saum von S ein Polygon sein, das ganz in einer auf der orthographischen senkrechten Ebene liegt, und deshalb werden die Seiten des Polygons der äusseren Kräfte in ein und dieselbe Gerade fallen***).

Sind das Schema des Balkennetzes und das System der äusseren Kräfte gegeben, so ist es vor Allem nöthig, das Polygon dieser Kräfte zu construiren. In den Figuren sind die äusseren Kräfte und die Seiten des Polygons mit den Nummern 1, 2, 3, . . . in der Weise benannt, dass, wenn man dasselbe in der steigenden Ordnung der Nummern durchläuft, auch jede Seite im Sinne der Kraft, die sie vorstellt, durchlaufen wird. Diese Weise den Umfang des Polygons zu durchlaufen, bezeichne man mit dem Namen „Cyclische Ordnung“ dieses Polygonumfanges.

Handelt es sich nun, das dem Schema des Balken-

*) Weil die Seiten jener Fläche von S' , die in der Ebene O' liegt, zu den Kanten der von O und dem Saume von S gebildeten pyramidalen Oberfläche conjugirt sind.

**) Weil jene m Kanten von S , die nicht dem Saume angehören, denjenigen Kanten von S' conjugirt sind, deren Projection das Balkennetz bildet.

***) Andere Ausartungen der Polygone bieten solche Diagramme dar, welche die Projectionen von analog ausgearteten Figuren im Raume sind. Denke man sich z. B. im Raume ein körperliches Viereck, von welchem zwei nebeneinanderliegende Kanten in ihrer Ebene sich immer mehr nähern, bis sie zur Deckung gelangen, so dass zuletzt statt des Viereckes ein körperliches Dreieck und eine durch eine Kante desselben gehende Ebene vorhanden sein werden. Während nun früher die reciproke Figur eine vierseitige Fläche war, wird sie jetzt als dreiseitige Fläche erscheinen, nämlich zwei Seiten der früheren Fläche werden — ohne ihre gemeinschaftliche Ecke verloren zu haben — entweder in derselben oder gerade entgegengesetzten Richtung liegen. Geht man nun zu den orthographischen Projectionen über, so hat man in dem einen Diagramm einen Punkt, von welchem vier Gerade ausgehen, wovon zwei gleiche Richtung haben; im andern Diagramm ein Viereck mit drei Ecken in einer Geraden, das folglich als Dreieck erscheint.

netzes und dem System der äusseren Kräfte reciproke Diagramm zu construiren, so ist die Ordnung, in welcher man diese Kräfte aufeinander folgen lässt, um das bezügliche Polygon zu construiren, durchaus nicht gleichgültig. Die Ordnung, um welche es sich dabei handelt, ist durch die Betrachtung bestimmt, dass im Polygone der äusseren Kräfte, welches einen Theil des Diagrammes *b* ausmacht, die beiden Kräfte equipollenten Seiten dann aufeinanderfolgen müssen, wenn die Actionslinien dieser beiden Kräfte dem Umfange eines und desselben Polygons im Diagramme *a* angehören, indem eben dieses Polygon dem jenen zwei Seiten gemeinsamen Scheitel entspricht.

Man wird also irgend einer der äusseren Kräfte den Index 1 geben; und weil die Actionslinie der gewählten Kraft zweien Polygonen im Diagramme *a* gemein ist, jedes dieser aber in seinem Umfange noch die Actionslinie einer anderen äusseren Kraft enthält, so hat man auf diese Weise zwei äussere Kräfte, welche als der gewählten Kraft 1 anliegend betrachtet werden können; es wird also gleichgültig sein, irgend einer dieser beiden Kräfte den Index 2 zu geben — natürlicherweise wird dann die andere den Index 3 haben, wenn eben *n* die Anzahl der äusseren Kräfte ist. Nach diesem Vorgange bleibt nun bezüglich der Aufeinanderfolge der anderen Seiten nichts mehr willkürlich oder ungewiss.

Finden sich die Knoten, an welchen die äusseren Kräfte angebracht sind, alle am Umfange des Balkennetzes, so muss man diese Kräfte in der Ordnung nehmen, in welcher sie begegnet werden, wenn man obgenannten Umfang durchläuft. Befolgt man alle diese Regeln nicht, so kann man immerhin noch das Problem der graphischen Bestimmung der inneren Kräfte lösen, aber man hat dann keine reciproken Figuren mehr, wohl aber complicirtere oder unzusammenhängende Figuren, wo ein und dasselbe Stück, indem es sich nicht am gehörigen Platze findet, wiederholt aufgetragen oder wieder zurückgetragen werden muss, um den weiteren Constructionen Raum zu geben, was sehr oft in der alten Methode vorfiel, wo man für jeden Knoten ein separates Seilpolygon construirte. — Ist auf diese Weise das Polygon der äusseren Kräfte gebildet, so wird man durch allmälige Construction der Polygone, welche den Knoten des Balkennetzes entsprechen, das Diagramm vervollständigen. Die Aufgabe, ein Polygon zu construiren, dessen Seiten bestimmte Richtungen haben sollen, ist immer dann bestimmt, wenn nur zwei (aufeinanderfolgende) Seiten unbekannt sind. Aus diesem Grunde muss man mit einem Knoten beginnen, wo nur drei Gerade zusammenlaufen, u. z. die Widerstandslinien zweier Glieder des Balkennetzes und die Actionslinie einer äusseren Kraft; das dieser Kraft Dreiecksseite sein und daher kann das Dreieck construiert werden. Auch bei dieser Construction wird gar keine Zweideutigkeit entstehen, wenn man immer bedenkt, dass einem Gliede des Balkennetzes, welches mit den Actionslinien zweier äusseren Kräfte zusammen dem Umfange eines Polygons des Diagrammes *a* angehört, in *b* immer eine Gerade entspricht, die durch diejenige Ecke geht, welche den jenen beiden Kräfte equipollenten Seiten gemein ist.

Sodann wird man allmälige in der Weise auf die an-

deren Knoten übergehen, dass für jedes neue Polygon immer nur zwei Seiten als unbekannt erscheinen. (In den Figuren sind die Linien jedes Diagrammes mit Nummern bezeichnet, um die Aufeinanderfolge anzuzeigen.)

Eine oberflächliche Betrachtung könnte glauben machen, dass die Lösung auch in jenen Fällen eine bestimmte sei, in denen kein Knoten der Vereinigungspunct von nur drei Geraden ist. Denke man sich z. B. das Schema des Balkennetzes aus den Seiten 5, 6, 7, 8 eines Viereckes und den Geraden 9, 10, 11, 12 — welche die Ecken des Viereckes mit einem fünften Puncte verbinden — bestehend. Die äusseren Kräfte seien 1, 2, 3, 4, beziehungsweise an den Ecken (8, 5, 9), (5, 6, 10), (6, 7, 11) und (7, 8, 12) des Viereckes wirkend*).

Man construirt nun das Polygon der äusseren Kräfte 1, 2, 3, 4 und ziehe durch die Puncte (1, 2), (2, 3), (3, 4) und (4, 1) der Reihe nach die Geraden 5, 6, 7, 8, welche zu den gleichnamigen Seiten in der andern Figur parallel laufen. Nun stelle man sich die Aufgabe, ein Viereck zu zeichnen, dessen Seiten 9, 10, 11, 12 den gleichnamigen Seiten der gegebenen Figur parallel laufen und dessen Ecken (9, 10), (10, 11), (11, 12), (12, 9), beziehungsweise in die Geraden 5, 6, 7, 8 fallen. Weil nun das Problem: ein Polygon zu construiren, dessen Seiten gegebene Richtungen haben und dessen Ecken in feste Gerade fallen, im Allgemeinen nur eine einzige Lösung zulässt, so könnte man glauben, dass das Diagramm der Kräfte sich vollkommen bestimmt ergeben werde. Doch überzeugt man sich, dass dem nicht so ist, wenn man bedenkt, dass dieses geometrische Problem auch Fälle hat, wo die Lösung unmöglich oder unbestimmt ist. In der That, nimmt man eine der letztgenannten Bedingungen hinweg, d. h. unterzieht man das Viereck blos den Bedingungen, seine Seiten in gegebenen Richtungen und die ersten drei Ecken auf den gegebenen Geraden 5, 6, 7 zu haben, so beschreibt die vierte Ecke eine Gerade *r*** und der dieser und der gegebenen Geraden 8 gemeinsame Punct, als Ort der vierten Ecke betrachtet, würde die gewünschte Lösung geben. Fällt aber *r* parallel zur Geraden 8 aus, so befinden wir uns in einem Falle der Unmöglichkeit. Daher würde auch das Problem unbestimmt erscheinen können, wenn — ein noch speciellerer Fall — die Gerade *r* mit 8 zusammenfällt; es würden dann unendlich viele Vierecke den gegebenen Bedingungen genügen.

Um sich nun zu überzeugen, dass man bei der Construction des dem gegebenen reciproken Diagrammes genau auf diesen Fall der Unbestimmtheit stösst, genügt es zu überlegen, dass, wenn man das gegebene Diagramm als ein Polygon von Kräften betrachtet, deren Grössen durch die Stücke 5, 6, 7, 8 ausgedrückt sind und dessen Pol der Punct (9, 10, 11, 12) ist, die gesuchte Figur 9, 10, 11, 12 das entsprechende Seilpolygon vorstellt. Soll nun die Construction des Seilpolygons möglich sein, so müssen die Kräfte

*) Diese Betrachtungen bleiben ungeändert, wenn das Balkennetz von was immer für einem Polygone und den Geraden gebildet ist, welche die Ecken desselben mit einem Puncte verbinden.

**) Ein specieller Fall des auf Seite 234 erwähnten Satzes. (Die festen Puncte liegen hier in unendlicher Entfernung.)

im Gleichgewichte sein, wesshalb, wenn man ihre Grössen 5, 6, 7, 8 und die Actionslinien 5, 6, 7 von dreien unter ihnen als gegeben annimmt, die Actionslinie der vierten Kraft mit der Geraden 8 zusammenfallen muss. Das Problem ist also ein unbestimmtes, weil man für ein gegebenes System von Kräften und einen gegebenen Pol unendlich viele Seilpolygone construiren kann.

Jedes geradlinige Stück oder Glied des Balkennetzes ist die Actionslinie von zwei gleichen und entgegengesetzten Kräften, die an den beiden Knoten wirken, welche durch dieses Stück verbunden wird. Die Grösse einer dieser Kräfte oder das Mass der Beanspruchung, welchem das betrachtete Glied unterworfen erscheint, ist durch die entsprechende Gerade des Diagrammes *b* gegeben. Man kann nun diese beiden Kräfte als Actionen oder Reactionen betrachten; um von einem Falle auf den andern überzugehen, hat man nur den Sinn beider Kräfte umzukehren. Betrachtet man die Kräfte als Actionen, wenn sie von den Angriffspunkten aus gegen das Innere des Gliedes wirken so ist dieses gedrückt, umgekehrt gezogen. (In den Figuren sind die Zugstangen mit dünnen, die Streben mit dickeren Linien gezeichnet.)

Jeder Knoten des Balkennetzes ist der Angriffspunkt eines Systems von wenigstens drei Kräften, die im Gleichgewichte stehen, von denen eine Kraft eine äussere sein kann; alle anderen sind dann Reactionen der in diesem Knoten zusammenlaufenden Stücke. Es genügt, den Sinn einer dieser Kräfte des Systems zu kennen, um dann den Sinn aller andern abzuleiten, zu welchem Behufe man nur den Umfang des diesem Knoten entsprechenden Polygons zu durchlaufen hat. Wirkt am Knoten eine äussere Kraft und durchläuft man im Sinne derselben die equipollente Seite des Polygons, so wird auch jede der andern Seiten in dem Sinne durchlaufen, welche der bezüglichen innern Kraft entspricht, wenn man sie als eine an diesem Knoten wirkende Reaction betrachtet. Wenn man sich hingegen die inneren Kräfte als in demjenigen Sinne wirkend denkt, der ihnen als Actionen zukommt, so hat man beim Durchlaufen den Sinn der äusseren Kraft umzukehren.

Wirken an einem Knoten nur innere Kräfte, so wird es ebenfalls genügen, den Sinn nur einer dieser Kräfte zu kennen, um den Sinn aller andern daraus abzuleiten. Man nennt die Art und Weise, den Umfang eines Polygons im Diagramme *b* in dem Sinne zu durchlaufen, welcher den als Actionen betrachteten inneren Kräften entspricht, die „cyclische Ordnung“ dieses Umfanges.

Betrachtet man eine innere Kraft als an einem der beiden Knoten — zwischen denen das bezügliche Glied liegt — wirkende Action, so wird man gleich erkennen, ob das Glied gezogen oder gedrückt ist.

Jede Gerade des Diagrammes *b* ist zweien Polygonen gemein; durchläuft man die Umfänge derselben in der ihnen zukommenden cyclischen Ordnung, so wird jene Seite einmal in dem einen, das andere Mal im entgegengesetzten Sinne beschrieben werden*).

*) Weil die beiden, jene Seite gemein habenden Polygone den durch das betreffende Glied verbundenen Knoten entsprechen, und der

Diess entspricht auch dem, dass jene Gerade das Mass zweier gleicher und entgegengesetzter Kräfte sei, die längs des entsprechenden Gliedes des Balkennetzes wirken.

Bekanntlich ist die algebraische Summe der Projectionen der Flächen eines Polyeders gleich Null. Wendet man diesen Satz auf das früher erwähnte Polyeder *P* an und bedenkt man, dass die Projection der Oberfläche von *S* aus den Polygonen des Diagrammes *b* zusammengesetzt ist, die den Knoten des Balkennetzes entsprechen, während die Projection der übrig bleibenden Oberfläche von *P* nichts anders als das Polygon der äusseren Kräfte vorstellt, so erhält man folgendes Resultat:

Betrachtet man die Fläche eines Polygons als positiv oder negativ, je nachdem sie auf der linken oder rechten Seite desjenigen liegt, der seinen Umfang in der cyclischen Ordnung durchläuft, so ist die Summe der Flächen der Polygone des Diagrammes *b*, welche den Knoten des Balkennetzes entsprechen, der Fläche des Polygons der äusseren

Fig. 6 A.

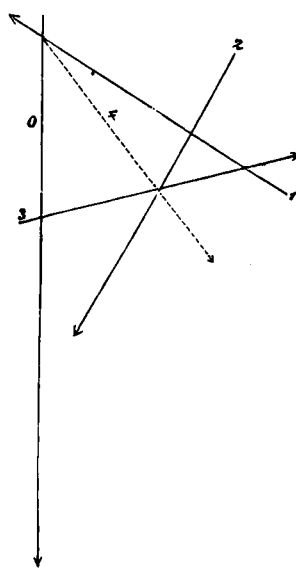
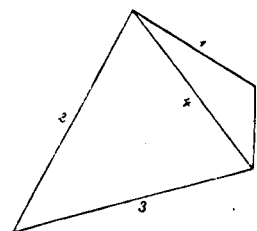


Fig. 6 B.



Kräfte entgegengesetzt gleich. Ein Satz, den Maxwell auf anderem Wege für ein beliebiges ebenes Netz aufgestellt hat, auch dann gültig, wenn es nicht möglich ist, das Diagramm der Kräfte zu construiren.

Die sogenannte Schnittmethode wird dem Zeichner ein Mittel zur Controle an die Hand geben. Betrachtet man einen der beiden Theile, in welche das Balkennetz durch einen idealen Schnitt getheilt ist, so sind die an diesem Theile wirkenden äusseren Kräfte mit den Reactionen der geschnittenen Glieder im Gleichgewichte.

Sind von diesen Reactionen blos drei unbekannt, so können sie durch jene Gleichgewichts-Bedingung bestimmt werden, da das Problem, eine Kraft *P* in drei Componenten zu zerlegen, deren Actionslinien 1, 2, 3 gegeben sind und mit 0, der Actionslinie von *P*, ein vollständiges Vierseit bilden sollen, vollkommen bestimmt ist und nur eine Lö-

Sinn der inneren Kraft ein entgegengesetzter sein wird, wenn man sie bezüglich des einen Knotens als Action betrachtet, während man sie früher als Action bezüglich des andern Knotens annahm. Diese Eigenschaft steht auch mit dem sogenannten Kantengesetz in den mit einer inneren und äusseren Oberfläche versehenen Polyedern im Einklange. (Siehe Möbius: „Ueber die Bestimmung des Inhaltes eines Polyeders“ in Berichte der Gesellschaft der Wissenschaften, 1865, Seite 33.)

sung zulässt. In der That genügt es (Fig. 6), eine der Diagonalen des Viereckes, z. B. die Gerade 4, welche die Punkte 0 1, 2 3 verbindet, zu ziehen, ferner die gegebene Kraft 0 in zwei Componenten längs 1 und 4 und schliesslich die Kraft 4 in zwei Componenten längs der Geraden 2 und 3 zu zerlegen *).

Diese Methode, welche man statisch nennen könnte, genügt zur graphischen Bestimmung der inneren Kräfte für sich allein; wie auch die soeben abgeleitete geometrische Methode, welche sich aus der Theorie der reciproken Figuren ableitet, und in der aufeinanderfolgenden Construction der verschiedenen Knoten des Balkennetzes entsprechenden Polygone besteht. Die statische Methode scheint jedoch weniger einfach zu sein, kann aber insbesondere zur Verification der bereits ausgeführten graphischen Lösung sich sehr zweckdienlich erweisen. Sie kann auch von einem ganz anderen Gesichtspunkte betrachtet werden. Bezeichnet man nämlich mit 0 die Resultirende aller bekannten Kräfte, und mit 1, 2, 3 die unbekannten Reactionen, so muss die Summe der Momente dieser vier Kräfte der Nulle gleich sein. Daraus folgt, dass, wenn man den Momentenpunct im Durchschnittspuncte zweier Widerstandslinien annimmt, das Moment der dritten Reaction dem Momente der Kraft 0 gleich und entgegengesetzt sein wird. Man hat auf diese Weise eine Proportion zwischen vier Grössen (der zwei Kräfte und ihrer Hebelsarme), von denen die einzige Unbekannte die Grösse der einen Reaction ist. In diesem besteht die Methode der statischen Momente, die man bei der numerischen Bestimmung der inneren Kräfte eines Balkenwerkes anwendet **).

Es folgen nun einige Beispiele, die geeignet sind, die Einfachheit und Eleganz der graphischen Methode zur Anschauung zu bringen. In diesen Beispielen ist auf die Regelmässigkeit oder Symmetrie der Form keine Rücksicht genommen, obwohl man in der Praxis beinahe nie darauf Verzicht leistet. Doch sind die regelmässigen Formen der Praxis nur specielle Fälle der unregelmässigen Formen in der abstracten Geometrie und daher schliesst die Behandlung dieser alle möglichen practischen Fälle in sich.

1. Als erstes (theoretisches, allgemeines) Beispiel sei 1, 2, ..., 10 Blatt Q (Fig. 7a) ein System von zehn im Gleichgewichte stehenden (äusseren) Kräften, so dass man, nachdem das Polygon dieser Kräfte verzeichnet ist, und die Ecken desselben mit einem Pole O verbunden sind (Fig. 7b, wo das Kräfte-Polygon mit doppelten Linien gezeichnet ist), ein Seilpolygon construiren kann, dessen Ecken in den Actionslinien 1, 2, ... liegen und dessen Seiten (die in der Fig. a strichpunktirt sind), den von O ausgehenden Strahlen der Reihe nach parallel sind. Die genannten Kräfte seien an den Knoten eines Balkennetzes wirkend gedacht, dessen geradlinige Glieder mit den Nummern 11, 12, 13, ..., 27 bezeichnet sind.

*) Erstere Zerlegung wird bewerkstelligt, indem man das Kräfte-Dreieck 0 4 1 construirt, dessen Seite O in Grösse und Richtung gegeben ist, letztere durch analoge Construction des Kräfte-Dreieckes 4 3 2.

**) Siehe A. Ritter's „Elementare Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brücken-Constructionen.“ Zweite Aufl. (Hannover 1870.)

Man beginne mit der Construction des dem Knoten (10, 11, 12) entsprechenden Dreieckes, indem man von den Enden der 10 zwei Gerade 11, 12 — zu 11, 12, beziehungsweise parallel — führt; zu diesem Behufe bemerke man, dass 11 durch den Punct (1, 10) gehen muss, weil im Diagramm a die Linien 1, 10, 11 dem Umfange eines Polygons angehören *); aus demselben Grunde muss 12 durch den Punct (9, 10) gehen. Durchläuft man den Umfang des so erhaltenen Dreieckes im entgegengesetzten Sinne der Kraft 10, so erhält man den Sinn der auf den in Betrachtung stehenden Knoten längs der Linien 11, 12 ausgeübten Actionen; man sieht also, dass das Glied 11 gedrückt, während 12 gezogen ist.

Man construiren nun das Viereck, welches dem Knoten entspricht, an welchem die Kraft 9 wirkt, indem man die 13 durch den Punct (11, 12) und die 14 durch den Punct (8, 9) führt. Das Glied 13 ist gedrückt, 14 gezogen.

Man construiren weiter das Fünfeck, welches dem Knoten entspricht, an dem die äussere Kraft 1 wirkt, indem man 15 durch den Punct (13, 14) und 16 durch den Punct (1, 2) führt. Der Umfang dieses so erhaltenen Fünfeckes schneidet sich. Das Glied 15 ist gezogen, 16 gedrückt.

Ferner construiren man das Fünfeck, welches dem Knoten entspricht, an dem die äussere Kraft 8 wirkt; zu diesem Behufe führe man die 17 durch den Punct (15, 16) und 18 durch den Punct (7, 8). Man sieht, dass das Glied 17 gedrückt, während 18 gezogen ist.

Fährt man so fort, so findet man alle andern inneren Kräfte. Die letzte Construction gibt das Dreieck, welches dem Angriffspunct der Kraft 5 entspricht.

Gedrückt sind 20, 21, 24, 25, 27, gezogen 19, 22, 23, 26.

2. Fig. 8a repräsentirt einen Brückenträger, an dessen Knoten die Kräfte 1, 2, ..., 16, durchaus Verticalkräfte, angebracht sind; 1 und 9 sind von unten nach oben gerichtet und stellen die Reactionen der Widerlager vor. Alle diese Kräfte sind in derjenigen Ordnung genommen, in welcher sie beim Durchlaufen des Umfanges des Balkenwerkes begegnet werden; ebenso sind die Seiten des Polygons der äusseren Kräfte im Diagramme b angeordnet, welches Polygon alle seine Seiten in einer Verticalen ausgestreckt hat, in der die Summe der Abschnitte 1, 9 gleich und entgegengesetzt der Summe der Abschnitte 2, 3, ..., 8, 10, 11, ..., 16 ist, da das System der äusseren Kräfte im Gleichgewichte stehen muss.

Das Diagramm b ist nun nach den gegebenen Regeln leicht gebildet. Vom Knoten 1, 17, 18 beginnend, ziehe man die 17 durch den Punct (1, 2), d. h. durch den Punct, wo der von unten nach oben gerichtete Abschnitt 1 und der von oben nach unten gerichtete Abschnitt 2 endet; dann ebenso die 18 durch den Punct (16, 1).

Auf den Knoten (2, 17, 19, 20) übergehend, führe man 19 durch den Punct (17, 18) und 20 durch den Punct

*) Das ein Viereck ist, dessen vierte Seite die zwischen den Kräften 1, 10 liegende Seite des Seilpolygons ist. Wie schon bemerkt, könnte das Seilpolygon auch ganz im Unendlichen liegen.

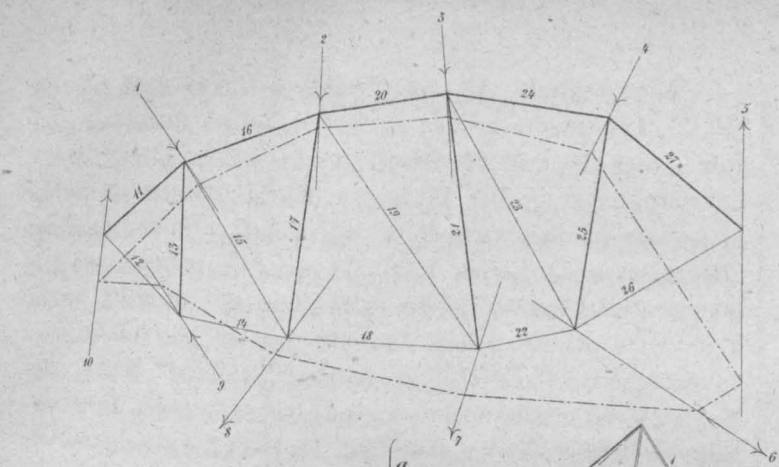


Fig. 7.

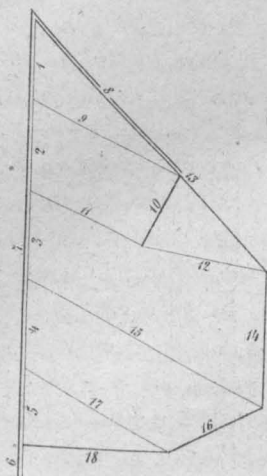


Fig. 9.

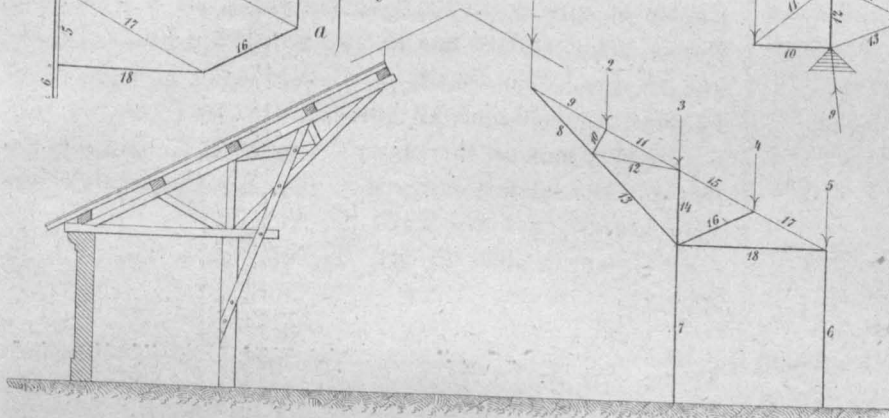


Fig. 10.

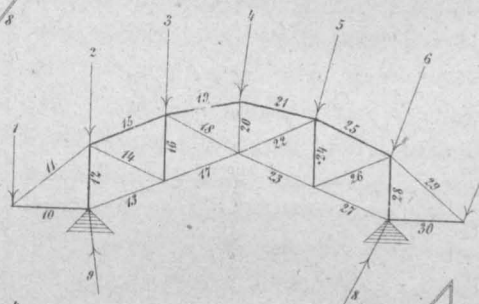


Fig. 11.

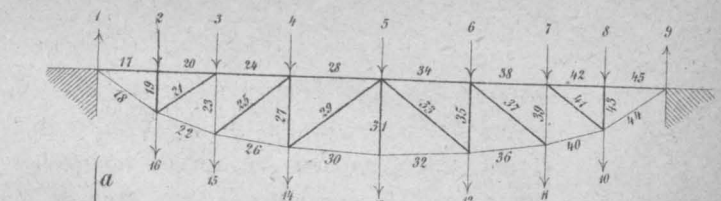


Fig. 8.

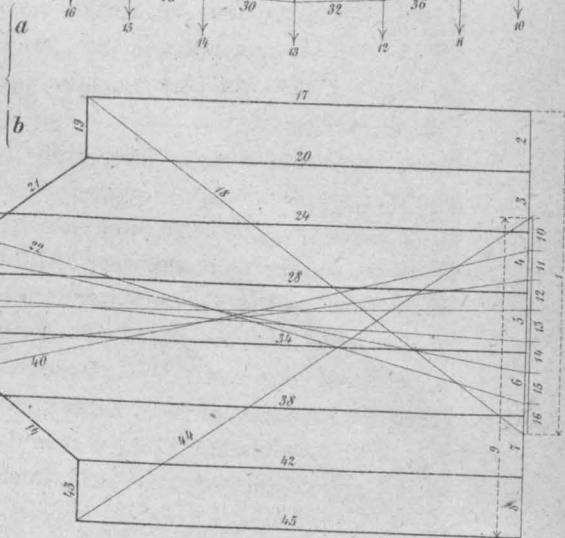
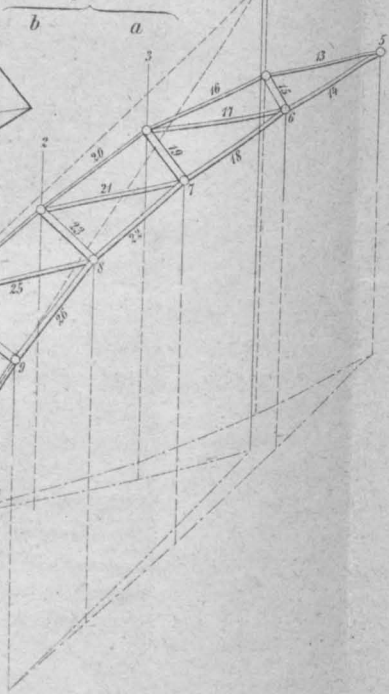


Fig. 12.



(2, 3). Man erhält so das Polygon (2, 17, 19, 20), welches ein Rechteck ist.

Nun zum Knoten (16, 18, 19, 21, 22) gelangend, zieht man die 21 durch den Punkt (19, 20) und 22 durch den Punkt (15, 16). Man erhält so ein Fünfeck, dessen Umfang sich schneidet.

Und in derselben Weise fortfahrend, gehe man allmählig auf die Knoten über, an denen die Kräfte 3, 15, 4, 14, 13, 5, 12, 6, 11, 7, 10, 9 wirken. Wie das Diagramm *a* so wird auch das Diagramm *b* symmetrisch erscheinen.

Sämmtliche Stücke des Obergurtes sind gedrückt, jene des Untergurtes alle gezogen. Die schiefen Verbindungsglieder sind alle gepresst. Von den Verticalstangen sind zwei, u. z. 23, 39 gezogen, alle andern gepresst.

3. In Fig. 9 *a* betrachtet man die Hälfte einer Locomotiv-Remise*).

Die äusseren Kräfte sind die an den oberen Knoten des Daches wirkenden 1, 2, 3, 4, 5 und die Reactionen der Mauer und der Säule 6, 7.

Auch hier sind alle äusseren Kräfte parallel, daher sich das Kräftepolygon auf eine Gerade reducirt.

Im Diagramme *b* coincidiren die Linien 8, 13; die erste ist ein Theil der zweiten Linie. Hier bietet sich daher als Polygon, welches dem Knoten (8, 10, 12, 13) entspricht, eine jener abnormen Formen, deren früher Erwähnung gethan wurde; man hat nämlich ein Viereck 8, 10, 12, 13, von welchem die drei Scheitel (13, 8), (8, 10), (12, 13) in einer Geraden liegen.

Eine analoge abnorme Form ist jene des Viereckes 5, 17, 18, 6, das dem Punkte entspricht, wo sich das Dach auf die Mauer stützt.

4. Das Diagramm *a* der Figur 10 stellt einen Brückenträger vor, auf dessen oberen Knoten die schiefen Kräfte 1, 2, ..., 7 angebracht sind, die man als Resultirende der Actionen der Schwere und des Windes betrachten kann; die Kräfte 8, 9 stellen die Reactionen der Widerlager vor.

Das Polygon der äusseren Kräfte ist im Diagramme *b* mit doppelten Linien gezeichnet. Man hat nacheinander das Dreieck 1, 10, 11, das Viereck 9, 10, 12, 13, das Fünfeck 2, 11, 12, 14, 15, das Viereck 13, 14, 16, 17, das Fünfeck 3, 15, 16, 18, 19 (dessen Umfang sich schneidet), das Viereck 4, 19, 20, 21 (ebenfalls vertflochten), das Fünfeck 17, 18, 20, 22, 23 u. s. w. construirt.

5. Das Diagramm *a* der Figur 11 stellt eine Hängebrücke vor, die in den oberen Knoten durch die Gewichte 1, 2, ..., 8, in den unteren durch die Gewichte 10, 11, ..., 16 belastet ist. Die schiefen Reactionen an den äussersten Punkten des Balkennetzes 9, 17 stellen das Gleichgewicht her.

Das Polygon der äusseren Kräfte hat die ersten acht Seiten in einer Verticalen ausgestreckt, ebenso die Geraden 10, 11, ..., 16 in einer anderen Verticalen. Die schiefen

Seiten 7 und 19 schneiden sich, so dass sich auch der Umfang des ganzen Polygons schneidet.

Man construirt nacheinander die Polygone:

1, 17, 19, 18; 16, 19, 20, 21; 2, 18, 20, 22, 23; 15, 21, 22, 24, 25; 3, 23, 24, 26, 27; ..., deren Umfänge sich grösstentheils schneiden.

Auch in diesem Beispiele sind die beiden Diagramme symmetrisch. Das Diagramm *b* zeigt, dass alle Glieder des oberen Theiles gezogen sind, und dass dieser Zug von den Enden gegen die Mitte zu abnimmt; dass ebenso alle Glieder des Untergurtes gezogen sind, aber dass hier dieser Zug von der Mitte gegen die Enden zu abnimmt. Die Verbindungsglieder sind abwechselnd gezogen und gedrückt, in der Mitte ausgenommen, wo zwei aufeinanderfolgende Stäbe gezogen sind. Betrachtet man nur die gezogenen oder nur die gedrückten Verbindungsglieder, so sieht man, dass ihre Beanspruchung von den Enden gegen die Mitte zu abnimmt.

6. Figur 12 stellt im Diagramme *a* einen Netzkrahn vor; das Eigengewicht desselben ist in verschiedenen, an den Knoten angebrachten Kräften 1, 2, 3, ..., 9 vertheilt; die Kraft 5 begreift auch die zufällige Last in sich, die der Krahn auszuhalten hat. Alle diese Gewichte sind durch die Reactionen der Widerlager equilibriert, deren Grösse man erhält, indem man die Resultante aller Gewichte in drei Kräfte längs der Linien 10, 11, 12 zerlegt. Diese, im entgegengesetzten Sinne genommen, geben bereits die Pressungen der Strebe 10, der Säule 11 und die Spannung der Zugstange 12.

In der Figur findet man auch besagte Bestimmung der äusseren Kräfte ausgedrückt. Nachdem nämlich die Abschnitte, welche die Gewichte 1, 2, ..., 9 darstellen, in einer Verticalen aufgetragen wurden, ist ein Pol fixirt, und indem man von ihm die Punkte (0, 1), (1, 2), (2, 3), ..., (8, 9), (9, 0)*) projecirt hat, das entsprechende Seilpolygon construirt worden. Die Verticale, welche durch den Durchschnittspunkt der äussersten Seiten (0, 1), (9, 0) geht, ist die Actionslinie des resultirenden Gewichtes, deren Grösse durch die Summe der gegebenen Kräfte schon bestimmt ist. Zerlegt man diese Resultirende, die nun eine in allen ihren Elementen bekannte Kraft ist, längs der drei Actionslinien 10, 11, 12 in drei Componenten — und dies, indem man die früher erwähnte, in Fig. 6 illustrierte Construction anwendet, so erhält man die drei Kräfte 10, 11, 12, die, im entgegengesetzten Sinne genommen, mit den gegebenen Gewichten das vollständige System der äusseren Kräfte geben.

Um das Diagramme *b* zu erhalten, beginne man mit der Construction des Polygons der äusseren Kräfte, dieselben in derjenigen Ordnung nehmend, in welcher sie von einem den Umfang des Balkennetzes Durchlaufenden begegnet werden. Dann construirt man auf die bekannte Weise aufeinanderfolgend die Polygone, welche den Knoten (5, 13, 14), (4, 13, 15, 16), (6, 14, 15, 17, 18), ..., entsprechen.

*) Dieses Beispiel ist der Tafel 19 des Atlases der graphischen Statik von Culmann entnommen. Dort sind jedoch die beiden Diagramme nicht strenge reciprok.

*) Hier bezeichnet (0,1) den Anfang des Abschnittes 1, und (9,0) das Ende des Abschnittes 9.

Das resultirende Diagramm zeigt, dass alle oberen Glieder gezogen, die unteren gedrückt sind; was die Verbindungsstangen anbelangt, so sind sie abwechselnd gezogen und gedrückt.

Kleinere Mittheilung.

Die Stahlschienen der französischen Eisenbahnen.

Dem Texte, welcher der Abtheilung des französischen Ministeriums für öffentliche Arbeiten der Wiener Weltausstellung beigegeben ist (Exposition universelle à Vienne en 1873. Notices sur les dessins, modèles et ouvrages relatifs aux travaux des ponts et chaussées et des mines, réunis par les soins du ministère des travaux publics), entnehmen wir hinsichtlich der Anwendung von Stahlschienen auf französischen Eisenbahnen folgende interessante Notizen:

Angewendet wurden Stahlschienen auf sechs Bahnen. Fast jede derselben hat sowohl Bessemerstahl als Martin Stahl angewendet. Jede Bahn hat diese Schienen aus mehreren Hüttenwerken bezogen, und zwar aus: Terre-Noire, Rive-de-Gier, Le Creusot, Saint-Jacques, Montluçon, Imphy, Firming, Commentry und Niederbronn.

Ostbahnen. Die Gesellschaft der Ostbahnen liess auf den am meisten beanspruchten Strecken kleinere Versuchslängen mit Schienen aus Bessemerstahl belegen. Diese Schienen haben dasselbe Profil, wie Vignolschienen aus Eisen; die Eisenschienen wiegen 35, die Stahlschienen 30 Kilogramm per laufenden Meter. Unter den Stossschwellen liegen Unterlagsplatten.

Im März 1866 legte man auf eine sehr beanspruchte Strecke des Bahnhofes von Villette 60 Stahl- und 60 Eisenschienen in Gruppen von je sechs Schienen. Im März 1872 war über alle diese Schienen eine Last von ungefähr 29 Millionen Tonnen gegangen; 31 der Eisenschienen mussten sehr bald ausgewechselt werden, während 29 andere Eisenschienen nur eine Last von 24 Millionen Tonnen aushalten konnten. Die Stahlschienen dagegen werden noch lange in Gebrauch bleiben können; sie zeigten eine ganz regelmässige Abnützung von einem Millimeter für 26 Millionen Tonnen unter normalen Umständen.

Die Ostbahn hat ausserdem mit den Stahlschienen Biegungs- und Bruchversuche angestellt, deren Resultate folgende sind: 1. Der Grenz-Coëfficient (Spannung an der Elasticitätsgrenze) der Eisenschienen beträgt bei der Biegung weniger als 2500 Kilogramm per Quadrat-Centimeter, während sich der der Stahlschienen bis zu 3800 Kilogramm per Quadrat-Centimeter erhebt. 2. Fast alle Eisenschienen brachen unter einem Momente von 8250 Kilogramm-Meter, während die Stahlschienen dem grössten, mit dem angewendeten Versuchsapparate zu erzeugenden Momente von 9500 Kilogramm-Meter widerstanden. 3. Ein Fallklotz von 300 Kilogramm zerschlug die mit einer freien Weite von 1.1m aufgelegten Eisenschienen bei einer mittleren Fallhöhe von 4.6m, während die Stahlschienen erst bei einer Fallhöhe brachen, welche 4.6, selbst 5.0m überschritt. 4. Hieraus schloss man, dass der Grenz-Coëfficient der Stahlschienen anderthalbmal so gross ist als jener der Eisenschienen von gleichem Profile, und dass sich das Verhältniss hinsichtlich des Widerstandes gegen Stoss noch viel günstiger gestaltet.

Dies veranlasste die Gesellschaft, den Querschnitt der Bessemer-Stahlschienen so weit zu reduciren, dass das Gewicht nur 30 Kilogramm per Meter beträgt.

Die Verschiebung der 6 Meter langen Schienen wird durch ein besonderes Eisenstück verhindert, welches sich gegen die Lasche stemmt.

Südbahnen. Die Gesellschaft der Südbahnen hat auf den frequentesten Strecken Stahlschienen angewendet, welche theils nach dem Bessemer-, theils nach dem Martin-Process hergestellt wurden. Mit wenigen Ausnahmen sind es symmetrische Stahlschienen, welche dieselben Profile wie die gewöhnlichen Schienen zeigen. Die Länge der Schienen beträgt 5.3 Meter, das Gewicht 38 Kilogramm per laufenden Meter.

Nordbahnen. Die Nordbahn-Gesellschaft hat Vignolschienen aus Stahl mit einem Gewichte von 30.3 Kilogramm per laufenden

Meter angenommen. Die normale Länge ist bedeutend, nämlich 8m; jedoch gestattet man, auch Längen von 7, 6 und 5m zu walzen.

Die Gründe, durch welche sich die Bahn für die Anwendung von Stahlschienen leiten liess, sind: 1. Der Stahl zeigt eine gleichmässige und langsame Abnützung; während die besten Eisenschienen keinen Verkehr vertrugen, welcher über 20 Millionen Tonnen geht, und die Eisenschienen gewöhnlicher Qualität sogar bei einem Verkehr unter 17 Millionen Tonnen zu Grunde gehen, nutzten sich die Stahlschienen ganz gleichmässig, und zwar um 1 Millimeter für einen Verkehr von 20 Mill. Ton. ab; da nun diese Schienen eine Abnützung von 10 Millimeter vertragen, so können sie einen Verkehr von 200 Millionen Tonnen bewältigen, so dass die Dauer mehr als zehnmal so gross als die der Eisenschienen sein würde. 2. Die Stahlschienen bieten einen viel höheren Widerstand; während die Spannung an der Elasticitätsgrenze für die Schmiedeisenschienen 1700 bis 1800 Kilogramm per Quadrat-Centimeter beträgt, übersteigt dieselbe bei den Stahlschienen 3800 Kilogramm per Quadrat-Centimeter. Directe Zerreissungsversuche gaben als Zugfestigkeit für gutes Kopfmateriale der Eisenschienen 2800 bis 3600 Kilogramm, für Stahl dagegen 6500 bis 7500 Kilogramm per Quadrat-Centimeter.

Das Profil wurde so construirt, dass die Wölbung der Lauffläche, sowie die Breite und Neigung der Anschlussflächen der Laschen erhalten blieb. Das Material wurde möglichst im Kopfe angehäuft, um eine grosse Abnützung zuzulassen; dagegen wurde die Breite des Fusses, sowie die Dicke des Fusses und Steges reducirt. Theoretisch sollte die Spannung im Zustande der grössten Abnützung im Kopfe und Fusse gleich sein; dies würde indess auf eine Breite und Dicke des Fusses geführt haben, welche für das Auflager und für das Walzen zu gering gewesen wäre. Beim angenommenen Profile tritt die Gleichheit der Spannungen bei einer Abnützung des Kopfes von 5 Millimeter ein; bei einer abermaligen Abnützung von 5 Millimeter zeigt die Schiene noch einen Widerstand, welcher denjenigen der Eisenschienen übertrifft.

Im Bedingnishefte ist vorgeschrieben, dass die Schiene in der Mitte der 1.1m entfernten Stützen fünf Minuten lang einen Druck von 17 Tonnen ertragen muss, ohne eine bleibende Biegung zu zeigen und einen Druck von 30 Tonnen, ohne eine grössere Durchbiegung als 25 Millimeter anzunehmen. Ferner muss die Schiene, auf zwei auf einem Ambosse von 10 Tonnen Gewicht befindlichen, 1.1m abstehenden Stützen gelegt, den Stoss eines Gewichtes von 300 Kilogramm vertragen können, welches aus einer Höhe von 2.25m herabfällt; die Durchbiegungen dürfen für eine Fallhöhe von 1, 1.5, 2 und 2.25 Meter den Werth von 1, 3.5, 8 und 18—20 Millimeter nicht wesentlich überschreiten.

Hinsichtlich der Anordnungen der Stösse ist eine Neuerung eingeführt; die Stösse in den beiden Schienensträngen liegen nämlich nicht auf einer und derselben Schwelle, sondern auf zwei benachbarten Schwellen. Man glaubt, hiedurch einen ruhigern Gang der Fahrzeuge zu erzielen.

Westbahn. Die Westbahn-Gesellschaft hat ebenfalls Stahlschienen auf den frequentesten Strecken angewendet, welche theils nach dem Bessemer-, theils nach dem Martin-Process fabricirt wurden. Das Profil ist dasselbe wie das der Eisenschienen; mit Ausnahme der Vignolschienen auf den eisernen Brücken wurden nur Stahlschienen angewendet. Das Gewicht der Stahlschienen beträgt 38.75 Kilogramm per Meter, d. i. ein Kilogramm mehr als das der Eisenschienen. Die normale Länge ist sechs Meter. Die Stösse sind schwebend; die Laschen bestehen ebenfalls aus Stahl. Der Abstand der Stossschwellen ist 60 Centimeter, die angrenzende Schwellenentfernung ist 70 Centimeter; die mittleren Schwellen haben 80 Centimeter Abstand von Mitte zu Mitte.

Paris-Lyoner Mittelmeerbahn. Die Gesellschaft dieser Bahn will auf der 860 Kilometer langen Strecke von Paris nach Marseille, wo die Frequenz 10.000 Züge pro Jahr und pro Geleis übersteigt, nur Stahlschienen anwenden. Das Profil ist fast dasselbe wie das der auf den neuen Linien angewendeten Vignolschienen; nur hat der Steg 14 statt 16 Millimeter Dicke und der Fuss nur 10 statt 13 Centimeter Breite. Das Profil gestattet für Eisen- und für Stahlschienen die Anwendung einer und derselben Lasche. Die normale Länge ist 6 Meter; die Stösse sind schwebend. Die Laschen

bestehen aus Eisen und sind durch vier Schraubenbolzen von 25 Millimeter Durchmesser befestigt. Die Schiene wird auf jeder Schwelle durch zwei Nägel befestigt, von denen der äussere ein gewöhnlicher Hakennagel ist, der innere aber, dessen Kopf zwei Haken hat, durch ein Loch des Schienenfusses geschlagen wird, um die Verrückung der Schienen zu verhindern (uns scheint es mit Rücksicht auf das Umkanten angemessener, nicht den innern, sondern den äussern Schienenfuss zu lochen, wenn man überhaupt einen Schienenfuss lochen will, wozu indess wohl nicht zu rathen ist).

Man hat auch nach der Angabe von M. Leclercq versucht, die Verschiebung durch zwei eiserne, mit zwei kleinen Widerhaken versehene Keile von 70 Millimeter Länge, 15 Millimeter Breite und 5 Millimeter Dicke, welche in die Schwelle in der Lücke zwischen je zwei Schienen eingetrieben werden, zu verhindern. Eine Probe ist ausgestellt. Natürlich ist diese Anordnung nur bei ruhenden Stössen möglich.

Die Schienen wurden theils nach dem Bessemer-, theils nach dem Martin-Verfahren fabricirt. Einen wesentlichen Unterschied zeigten die Versuchsergebnisse der beiden Stahlarten nicht.

Bei der Uebernahme ist ein Percent der Schienen folgenden Proben zu unterziehen: Jede Schiene muss frei auf zwei Stützen mit 1 Meter Abstand aufgelegt, in der Mitte einen Druck von 25 Tonnen 5 Minuten lang ertragen, ohne eine bleibende Biegung anzunehmen; ebenso einen Druck von 40 Tonnen 5 Minuten lang, ohne zu brechen. Nachdem der Druck bis zum Zerbrechen vermehrt ist, wird jede Hälfte auf zwei Stützen mit 1.1 Meter Entfernung gelegt und muss den Stoss eines aus einer Höhe von 2 Meter herabfallenden Gewichtes von 300 Kilogramm ertragen, ohne zu brechen.

Die Stahlschienen zeigten eine ganz gleichmässige Abnützung; auf mehreren Strecken haben in fünf Jahren 40.000 Züge verkehrt, welche eine Abnützung von 0.8 Millimeter herbeiführten, so dass die Abnützung von 1 Millimeter 50.000 Zügen entspricht. Hiernach lässt sich annehmen, dass auf den Schienen 500.000 Züge verkehren können, ehe sie unbrauchbar werden; nimmt man selbst nur 400.000 Züge an, so zeigen sie immer noch eine fünfmal so lange Dauer als die der Eisenschienen, welche nur etwa 80.000 Züge zulassen.

Auf fünfzehn Kilometer Geleiselänge kam per Jahr ein Schienenbruch vor; grösstentheils trugen Fabrikationsfehler die Schuld. Meist kommen die Brüche in den ersten Monaten vor, so dass man, wenn die Schienen einige Monate gelegen haben, ohne zu brechen, wohl erwarten kann, dass sie in der Folge nicht brechen.

Der Preis der Schienen und des Kleiseisenzeuges für einen Kilometer eines Geleises betrug im Jahre 1869, wo eine Tonne Stahl 280 Francs kostete, 23.204 Francs, im Jahre 1873, wo eine Tonne Stahl 400 Francs kostet, aber 33.695 Francs.

Orleans-Bahn. Die Gesellschaft der Orleans-Bahnen wendet auf den frequentesten Strecken ebenfalls Stahlschienen an, welche auch hier theils nach dem Bessemer-, theils nach dem Martin-Verfahren fabricirt werden. Mit wenigen Ausnahmen wurden symmetrische Stahlschienen angewendet, deren Profil von dem der gewöhnlichen Schienen nicht abweicht. Das Gewicht beträgt 37 Kilogramm per laufenden Meter, das ist 1 Kilogramm mehr als das der Eisenschienen. Die Länge der Schienen ist 5.5 Meter, die Stösse sind schwebend.

E. Winkler.

Versuche über die Druckfestigkeit der Bausteine, angestellt vom französischen Institute für statistische Untersuchungen.

Auf der Wiener Weltausstellung sind vom französischen Ministerium für öffentliche Arbeiten unter Anderem die Zeichnungen des Apparates ausgestellt, dessen sich das unter genanntem Ministerium stehende Institut für statistische Untersuchungen (Service des recherches statistiques) zur Prüfung der Baumaterialien auf ihre Druckfestigkeit bedient. Die in den Jahren 1854 bis 1873 angestellten Versuche betragen mehr als 10.000; sie wurden ausgeführt über den Wunsch von Ingenieuren und Architekten, welche die Qualität der Materialien, welche für die von ihnen geleiteten Bauten bestimmt waren, kennen lernen wollten; ferner auf Wunsch von Entrepreneuren, Steinbruch- und Ziegeleibesitzern und anderen Industriellen. Ein Theil der Ver-

suche wurde angestellt, um die angelegten statistischen Tabellen zu completiren. Die Beschreibung des Apparates, sowie eine Besprechung der Versuchsergebnisse finden sich in dem der Ausstellung des französischen Ministeriums für öffentliche Arbeiten beigegebenem Texte (Exposition universelle à Vienne en 1873. Notices sur les dessins, modèles et ouvrages relatifs aux travaux des ponts et chaussées et des mines réunis par les soins du ministère des travaux publics). Der angewendete Hebelapparat mit Gewichtsbelastung bietet nichts besonders Bemerkenswerthes. Wir entlehnen dagegen dem genannten Werke eine kurze Mittheilung über die Versuchsergebnisse, die sich allerdings auf die Verhältnisse Frankreichs beziehen, indess doch auch einigen allgemeinen Werth haben dürften.

Allgemeines. Die harten Steine wurden in Würfeln von 3 bis 5 Centimeter, die weichen Steine in Würfeln von 5 bis 10 Centimeter Seitenlänge geprüft; jeder Versuch wurde an mindestens zwei, im Allgemeinen an vier ähnlichen Probestücken durchgeführt. Die nicht homogenen Steine wurden aus verschiedenen Höhen der Schichten ausgewählt.

Versuche, welche man mit Würfeln aus demselben Blocke mit 2 bis 10 Centimetern Seitenlänge machte, zeigten, dass die Festigkeit der Querschnittsfläche proportional angenommen werden kann, wie bereits Rondelet durch Versuche nachgewiesen hat.

Es wurden auch zahlreiche Versuche gemacht über den Unterschied der Festigkeit bei verschiedener Lage der gedrückten Fläche gegen die natürliche Lagerfläche der Steine. Steingattungen, welche eine Schichtung nur schwierig erkennen liessen, zeigten keinen merklichen Unterschied; selbst bei den Steingattungen, welche eine Schichtung deutlich erkennen liessen, ist der Unterschied nicht so bedeutend, als man gewöhnlich glaubt. Beispielsweise zeigte der zu Monolith-Säulen bei der neuen Oper in Paris angewendete gebänderte Rogenstein von Ravières in seiner natürlichen Lage vertical gedrückt 319 Kilogramm, in seiner natürlichen Lage horizontal gedrückt 254 Kilogramm Festigkeit pro Quadrat-Centimeter.

Verhältniss des Widerstandes der trockenen und nassen Steine. Zahlreiche Versuche wurden angestellt zur Ermittlung des Verhältnisses der Festigkeit der Steine im trockenen und nassen Zustande; das Verhältniss zeigte sich verschieden, je nach der mehr oder minder grossen Porosität der Steine. Der bunte Vogesensandstein, welcher in Ost-Frankreich Anwendung findet, verlor durch Sättigen mit Wasser $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ der Festigkeit; dasselbe zeigten die Königsschichten und die weichen Steine in der Umgebung von Paris die Südmolassen und ähnliche Materialien. Auch zeigte sich eine Beziehung der Festigkeitsverminderung zur Menge des absorbirten Wassers, welche aber erst durch neue Versuche festgestellt werden soll.

Beziehung der Festigkeit und der specifischen Gewichte und Beschaffenheit. Im Allgemeinen nimmt die Festigkeit der Materialien mit zunehmendem specifischem Gewichte ebenfalls zu. Bei den Steinen hat aber ausserdem das Korn und die Textur, die mehr oder minder grosse Porosität und Homogenität, sowie die Natur und Festigkeit der die Steine zusammensetzenden Elemente Einfluss auf die Festigkeit. So z. B. zeigt bei gleichem specifischem Gewichte der Porphyr grössere Festigkeit als der Kalkstein; ebenso zeigen die compacten Steingattungen eine grössere Festigkeit als die grobkörnigen und muschligen Gattungen.

Zur approximativen Bestimmung der Festigkeit einer neuen Steingattung genügt es, denselben mit einer ähnlichen Steingattung zu vergleichen. Hierbei verbleibt nur noch die Schwierigkeit, in verständlicher Weise die Analogien zu erklären, welche zwischen den verschiedenen Steingattungen bestehen. Durch Vermehrung der Beobachtungen und Versuche und einer methodischen Combination und Discussion derselben glaubt man, das Problem lösen zu können: alle Bausteine in einer begrenzten Anzahl von Gattungen derart zu theilen, dass für jede derselben die Festigkeit eine durch eine einfache Formel ausdrückbare Function des specifischen Gewichtes ist.

Bis heute erlauben die erhaltenen Resultate nur, mit ziemlicher Genauigkeit die Grenzen anzugeben, zwischen denen das Gewicht und der Widerstand der verschiedenen Arten von Materialien schwankt.

Die in Frankreich angewendeten Bausteine sind: Kalksteine, welche sich im grössten Theile von Frankreich finden und angewendet wer-

den, und welche auch nach einigen benachbarten Ländern exportirt werden; Sandsteine, welche man hauptsächlich in den Ostprovinzen findet; Granite, welche vorzüglich in der Bretagne und in Mittel-Frankreich zur Verwendung kommen und endlich Trachite und Laven, deren Anwendung auf die Auvergne und benachbarte Departements beschränkt ist.

Kalke. Die kalkartigen Gesteine sind ebenso zahlreich als variabel nach dem Gewichte und der Festigkeit, selbst nach der Natur und Qualität. Erprobt wurden mehr als 1000 Gattungen aus allen Theilen Frankreichs (mit Ausschluss des Pariser Beckens, dessen Materialien unten speciell besprochen werden). Das specifische Gewicht der als Bausteine angewendeten Kalke variirt zwischen 1.4 und 2.8 und die Druckfestigkeit zwischen 20 und 1200 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Die weicheren Steine, welche sich mit der Zahnsäge schneiden lassen, haben das specifische Gewicht von 1.4 bis 2.2 und tragen 20 bis 320 Kilogramm. Die festen Steine, welche nur mit Wasser und grobem Sand zerschnitten werden können, haben das specifische Gewicht von 2.2 bis 2.8 und tragen 220 bis 1200 Kilogramm pro Quadratcentimeter.

Feste Kalksteine. In Hinsicht der Bearbeitung und der Festigkeit lassen sich die festen Kalksteine in zwei Classen theilen, von denen die eine Politur verträgt, die andere nicht. Der Marmor oder politurfähige Kalkstein hat das specifische Gewicht von 2.6 bis 2.8 und trägt 700 bis 1200 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter; man hat selbst für einige wenige Arten eine noch grössere Festigkeit gefunden. Die grösste Festigkeit zeigen die sehr compacten Kalksteine mit unmerklichem Korn oder feiner Kristallisation, wie der Marmor von Belgien und von Nord-Frankreich, der Muschelmarmor von Ain und Savoin, die kalten Steine der Provence; die Steine dieser Gattung haben selten ein kleineres specifisches Gewicht als 2.7 und tragen oft mehr als 900 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Den zweiten Rang nehmen gewisse compacte Kalksteine aus Burgund und der Grafschaft Hochburgund ein, sowie einige Sedimentkalk, wie diejenigen vom Schloss Landon und von Gannat und andere ähnliche Steine, deren specifisches Gewicht zwischen 2.6 und 2.7 und deren Festigkeit zwischen 700 und 900 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter variirt. Diese beiden Categorien werden hauptsächlich als Bausteine angewendet und liefern nur den gemeinen Marmor.

Der eigentliche Marmor, welcher für Decorationen und Statuen gewählt wird, bietet gegenüber dem grösseren Gewichte verhältnissmässig kleinen Widerstand; so z. B. hat der zuckerähnliche weisse Marmor von Saint-Béat das specifische Gewicht von 2.74 und die Festigkeit von nur 641, der Marmor von Tantaval das specifische Gewicht von 2.67 und die Festigkeit von nur 562 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Die harten, nicht politurfähigen Steine bieten im Allgemeinen weniger Widerstand, als die vorigen; sie haben das specifische Gewicht von 2.2 bis 2.6 und die Festigkeit von 200 bis 800 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Zu der ersten Categorie, deren specifisches Gewicht zwischen 2.4 und 2.6 und deren Festigkeit zwischen 600 und 800 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter variirt, gehören zuerst die wirklichen Lias, sehr homogene und feingekörnte Kalksteine, geeignet zu Mühlsteinen, sodann die compacten Kalksteine, von denen einige, wie der schöne weisse Stein von Echailhon bei Grenoble, der Lacuster-Kalkstein von Vendome und der harte Oolith von Saint-Dijier bei Belfort, eine Halbpolitur annehmen und so den Uebergang zum eigentlichen Marmor bilden.

Die harten, aber weniger feinkörnigen Steine, welche dem Steine des Pariser Beckens gleichen, der zu Grundmauern für weniger wichtige Constructionen Anwendung findet, bilden eine zweite Categorie, deren specifisches Gewicht 2.2 bis 2.5 und deren Festigkeit 350 bis 600 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter beträgt. Hierzu gehören vorzüglich die grauen Steine Burgunds, die härteren Schichten von Lothringen, von Poitou und Bordelais, sowie der grösste Theil der Lacuster-Kalksteine von Beauce.

Zu einer dritten Categorie gehören die weniger harten Steine, welche man bei öffentlichen Bauwerken über den Grundmauern anwendet. Sie haben das specifische Gewicht von 2.2 bis 2.3 und tragen 220 bis 350 Kilogramme pro Quadrat-Centimeter. Hierzu gehören die ordinären Schichten der Steinbrüche von Enville und Léroutville (Meuse),

von Ravières (Yonne) und von Chauvigny (Vienne), sowie die härteren Steine unter den Südmolassen.

Welchere Kalksteine. Die weicheren Kalksteine haben das specifische Gewicht 1.4 bis 2.2 und tragen 20 bis 200 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Man kann sie theilen in halbharte Steine, welche man noch mit der Sandsäge schneiden kann und welche man in der ersten Etage anwendet und in weiche Steine, welche man immer mit der Zahnsäge schneiden muss und welche in den höheren Etagen der Gebäude Anwendung finden.

Die halbharten Steine, welche man auch Königsschichten nennt, haben das specifische Gewicht 1.8 bis 2.2 und tragen 100 bis 200 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Die bekanntesten sind die Königsschichten von Tonnerre, von Savonnières-en-Parthois, von Allmagne bei Caen und von Bourdines bei Poitiers, welche als Waare bis Paris und weiter gehen.

Die weicheren Steine haben das specifische Gewicht 1.4 bis 1.8 und tragen nur 20 bis 100 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Sie sind in Frankreich etwas weniger verbreitet, als die harten Steine; jedoch sind sie in einigen Gegenden von besonderer Wichtigkeit. Im Norden liefern die in den groben Eocen-Kalken eröffneten Steinbrüche Werkstücke; am meisten wendet man den Kreidetuff der Touraine und benachbarter Departements an, welcher ein specifisches Gewicht von nur 1.25 bis 1.40 und eine Festigkeit von 30 bis 80 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter hat; weiter die ebenfalls kreidigen, aber mehr zähen und muschligen Bänke von Charente, bekannt unter dem Namen der Steine von Angoulême, welche bis Bordeaux und nach Spanien gesendet werden; sie haben das specifische Gewicht von 1.8 bis 2.0 und eine Festigkeit von 65 bis 110 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Im Südwesten sind es die groben Kalksteine von Girond und Dordogne, deren Festigkeit sehr variirt und unter 20 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter herabsinkt, deren specifisches Gewicht aber über 1.4 bleibt, während die ersten Bänke zu den harten Steinen gezählt werden können. Endlich figuriren im Südosten die dichten Steine der Molassen des Rhone-Bassins an der Spitze der halbharten Steine; die in Anwendung stehenden haben ein specifisches Gewicht von 1.6 bis 1.8 und tragen 60 bis 90 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Kalkstein des Pariser Beckens. Die Kalksteine des Pariser Beckens, den grobkörnigen Eocen-Kalken angehörend, sind immer regelmässig geschichtet in Schichten von 0.15 bis 1.20 Meter Höhe, deren Festigkeit innerhalb dieser Höhen sehr variiren kann, so dass die Festigkeit in ein und demselben, scheinbar homogenen Werkstücke vom einfachen zum dreifachen variirt. Dies macht eine Schätzung der Steine des Pariser Beckens sehr schwierig und hat ohne Zweifel auch bewirkt, dass man bei den grossen Gebäuden, wie Brücken und anderen wichtigen Bauwerken von Paris, die Steine der Jura von Burgund und Lothringen vorzog.

Ein einziger Marmor findet sich im Becken, der Lacuster-Kalk von Souppes und Schloss Landon, welcher schon oben erwähnt wurde. Er hat das specifische Gewicht von 2.4 bis 2.6 und eine Festigkeit von 600 bis 900 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Der harte Lias-Kalk, dessen Typen die Steine Bagneux und Senlis sind, sind heute fast erschöpft und in der Umgebung von Paris sehr selten. Man kann nur diejenigen von Courville (Marne), Vendesse und Violaine (Aism) anführen, deren specifisches Gewicht 2.3 bis 2.4 beträgt und welche 400 bis 500 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter tragen. Die wenigen harten Lias von dem Steinbruche von Saint-Denis und Jerusalem (Seine und Oise), die feineren Steine von Senlis und der Adam-Insel, welche ihnen ähneln, haben nahezu dasselbe Gewicht, tragen aber 300 bis 600 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Die harten Steine, deren Bearbeitung 8 bis 10 Franken pro Quadrat-Meter Oberfläche kostet, sind auch selten geworden; ihr specifisches Gewicht beträgt 2.2 bis 2.4, ihre Festigkeit 200 bis 600 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. In dieselbe Categorie kann man die Steine von Tessoncourt und Damply bei Meulan rangiren, welche in jeder Bank viel homogener sind, aber von einer Bank zur anderen variiren; ihr specifisches Gewicht ist 2.2 bis 2.4, ihre Festigkeit 300 bis 500 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Die gewöhnlichen Steine und die harten freien Bänke, deren Bearbeitung 6 Francs per Quadrat-Meter kostet, finden sich noch in der Ebene im Süden von Paris, wo die harten Steine

erschöpft sind; ihr specifisches Gewicht ist 2.0 bis 2.3, ihre Festigkeit 150 bis 400 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Man kann noch den berühmten Stein von Saillancourt hinzufügen, dessen specifisches Gewicht 1.9 bis 2.2 und dessen Festigkeit 100 bis 550 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter beträgt.

Die halbharten Steine, deren Bearbeitung 4 Francs pro Quadrat-Meter kostet, sind unter dem Namen süsse Steine, freie Bänke, harte Königsbänke bekannt; ihr specifisches Gewicht beträgt 1.8 bis 2.0, ihre Festigkeit 100 bis 200 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Die weichen Steine des Pariser Beckens sind viel homogener als die harten Steine und in dieser Hinsicht denjenigen der anderen Gegenden Frankreichs vergleichbar. Man theilt sie nach ihrer Textur in verschiedene Arten. Die festeren und dichteren Steine, welche man auch weiche Königsbänke nennt und deren Bearbeitung 2.75 Francs pro Quadrat-Meter kostet, haben das specifische Gewicht von 1.6 bis 1.8 und tragen 70 bis 120 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Die eigentlichen weichen Steine, deren Bearbeitung 2 Francs pro Quadrat-Meter kostet, haben im Allgemeinen das specifische Gewicht von 1.4 bis 1.7 und tragen 40 bis 90 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter; einige Steinbrüche, diejenigen von Houilles und Ressons z. B. liefern Steine ohne besonderen Werth, deren Festigkeit unter 30 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter herabgeht.

Die besseren weichen Steine sind die streifigen, welche in Paris sehr häufig angewendet und auch nach Belgien und Deutschland geführt werden.

Sandsteine. Es wurden ungefähr 120 Sandsteingattungen geprüft und zwar aus den meisten geologischen Formationen, insbesondere der permischen, Steinkohlen- und Triasformation; zwei Drittel dieser Versuche betrafen die Vogesen- und scheckigen Sandsteine der Ostgegend, die einzige, wo diese Steingattung eine Hauptrolle im Bauwesen spielt. Im Allgemeinen werden die Sandsteine weniger als Bausteine verwendet als die Kalksteine und bieten auch weniger zahlreiche Varietäten. Die Varietäten gründen sich auf die Grösse der sandigen Elemente und die Natur der dieselben verbindenden kieseligen, kalkigen oder erdigen Cemente. Jedoch wird hierdurch das Gewicht und die Festigkeit nur wenig verändert; diese hängen hauptsächlich von dem mehr oder minder grossen Ueberschusse des Cementes, oder wenn man will, von der Porosität des Sandsteines ab.

Man kann diese Materialien in zwei grosse Categorien theilen, nämlich in harte Sandsteine, deren specifisches Gewicht 2.1 und 2.5 und deren Festigkeit zwischen 350 und 780 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter liegt und in halbharte und weiche Sandsteine, deren specifisches Gewicht 1.9 und 2.1 und deren Festigkeit zwischen 80 und 300 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter liegt. Ein sehr einfaches Experiment gestattet, den Grad der Porosität zu erkennen; wenn man einige Tropfen Wasser auf eine frische Bruchfläche fallen lässt, so erfolgt das Aufsaugen des Wassers beim weichen Steine unmittelbar, während es beim harten Steine wenigstens eine Minute anhält.

Granitische Steine. Zwei grosse Gegenden, die Bretagne mit den benachbarten Departements und das Centralplateau Frankreichs, haben den grössten Theil der 90 Probestücke geliefert, welche dem Versuche unterzogen wurden und welche nahezu vollständig alle zu Bausteinen verwendeten Varietäten der granitischen Steine abgeben. Das specifische Gewicht blieb zwischen den engen Grenzen 2.6 bis 2.8 und zeigte keinen Einfluss auf die Festigkeit. Dieselbe scheint auch unabhängig von dem Verhältnisse der crystallinischen Elemente, aus welchen der Stein besteht, sei es eigentlicher Granit, Syenit oder Gneiss. Vielmehr scheint die Festigkeit in erster Linie von der Vollkommenheit der Erhaltung oder von dem Grade der Verwitterung, erst in zweiter Linie von der Grösse der Feldspath- und Quarz-Crystalle abzuhängen.

Man kann hiernach zwei grosse Classen unterscheiden: die harten Granite, welche immer politurfähig sind und sich nur schwierig bearbeiten lassen und die minder harten Granite (granits altérés), welche keine Politur annehmen und sich leicht bearbeiten lassen; die erstere Art könnte man Granit-Marmor nennen.

Der Granit-Marmor, die einzige bei grösseren Bauwerken und Luxuswerken angewendete Art, lässt sich in zwei ziemlich verschiedene Categorien bringen: Die erste umfasst die Granitarten mit feinem Korne und die gewöhnlichen Granite mit mittlerem und regel-

mässigerem Korne, wie diejenigen von Blavet, von Virá, von Lavan und den Gneiss von Epierre; die Festigkeit variiert zwischen 1000 und 1500 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Die zweite Kategorie enthält die Granite mit grobem Korne, wie die Porphy-Granite in der Umgebung von Cherbourg und von Brest und die Syenite der Vogesen, deren Festigkeit zwischen 700 und 1000 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter variiert.

Der minder harte Granit lässt sich ebenso in feinen und grobkörnigen theilen; der erstere, wie derjenige von Dorat und Ussel, trägt im Allgemeinen nur 600 bis 800 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter, wenn sich ein Anfang von Verwitterung zeigt, während er sich für Stein, welcher eine schlechte Politur annimmt, auf 900 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter erhebt. Die von der Verwitterung ergriffenen Granite mit grossen Crystallen oder Porphyroide, in denen der Feldspath zersetzt ist, wie die von Lagonne und von Pensol, tragen nur 400 bis 600 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Vulkanische Steine. Die vulkanischen Steine wurden noch in zu geringer Anzahl dem Versuche unterworfen, als dass sich eine andere Eintheilung, als die in Trachyte, Laven und Breccien treffen liesse; es zeigte sich, dass bei dieser Gattung von Materialien ein entschiedener Zusammenhang zwischen dem Gewichte und der Festigkeit existirt. Die Trachyte von Cantal und von Ober-Loire haben das specifische Gewicht von 2.18 bis 2.60 und die Festigkeit von 360 bis 900 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Die Laven, wie diejenigen von Volvic und Agde, haben das specifische Gewicht von 2.00 bis 2.18 und die Festigkeit von 300 bis 500 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter.

Verschiedene Steine. Es wurden auch einige Porphyre und andere Steine untersucht, welche im Bauwesen von Wichtigkeit sind. So z. B. der Basalt von Estelle, welcher 1880 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter trägt und zu Fundamenten geeignet ist, der Schiefer von Villepail, welcher 1400 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter trägt und vorzüglich zu Platten geeignet ist; die Jaspis-Breccie von Saint-Gervais, welche 1840 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter trägt und der grüne Porphy von Ternuay, welcher 1360 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter trägt; diese beiden letzteren Steine wurden zu Capitälén und Schäften der Säulen der neuen Pariser Oper angewendet.

Ziegel. Mit den Ziegeln, welche in den Bauwerken keinen starken Beanspruchungen ausgesetzt sind und deren Herstellung sich von Tag zu Tag vervollkommenet, wurden nicht viele Versuche angestellt.

Die härtesten Ziegel waren die von einer vor Kurzem in Sarcelles eingerichteten Ziegelei; sie hatten ein specifisches Gewicht von 1.8 und trugen, flach gelegt, 400 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Die guten harten Ziegel, wie diejenigen von Boisguillaume bei Rouen, haben das specifische Gewicht von 1.8 bis 1.9 und tragen 206 bis 300 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Wenn die Pariser Ziegel gut gebrannt sind, so haben die Façonziegel ein specifisches Gewicht von 1.8 bis 1.9 und eine Festigkeit von 200 bis 300 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter, die gewöhnlichen Ziegel ein specifisches Gewicht von 1.5 bis 1.6 und eine Festigkeit von 40 bis 60 Kilogramm pro Quadrat-Centimeter. Weitere Studien über die Ziegel sind in Aussicht genommen.

Cemente. Es wurde eine beträchtliche Anzahl von Mörteln und Cementen aus verschiedenen Materialien erprobt; die zahlreichsten Versuche aber wurden mit dem Portland-Cemente angestellt, welcher eine ausgedehnte Anwendung bei den Hafen- und anderen Wasserbauten findet. Es sind zwei Reihen von Versuchen zu citiren, welche unter Mithilfe des Herrn Ed. Leblanc, Hafen-Ingenieur von Boulogne, angestellt wurden. Der angewendete Querschnitt betrug 16 Quadrat-Centimeter.

Die ersten Versuche bezogen sich auf Portland-Cement aus der Fabrik von Demarle u. Comp. in Boulogne-sur-Mer, angewendet im Fluthbassin des Boulogner Hafens. Durch zwei Jahre hindurch (1862—1864) wurden von zwei zu zwei Monaten zwei Reihen von Probestücken untersucht, die eine aus reinem Cement, die andere aus Mörtel, welcher aus zwei Theilen Sand und einem Theile Cement bestand. Das Resultat dieser Versuche ist:

	Reiner Cement		Mörtel	
	Widerstand in Kilogramm pro Quadrat-Centimeter gegen			
	Zerdrücken	Zerreissen	Zerdrücken	Zerreissen
1 Monat	152	18	36	10
2 "	189	25	48	13
4 "	209	32	53	15
8 "	248	32	114	18
1 Jahr	253	32	133	19
2 Jahre	251	28	128	20

Neue Versuche wurden in den Jahren 1866 bis 1869 angestellt und zwar mit 7 verschiedenen Cementen, 5 aus Fabriken aus der Umgebung von Paris, 2 aus einer Fabrik von Boulogne und Neufchâtel; auch hier wurde reiner Cement und Mörtel aus 2 Theilen Sand, 1 Theil Mörtel erprobt. Aus diesen Versuchen kann man schliessen, dass die Festigkeit des in das Seeswasser eingelegten Portland-Cementes ziemlich schnell etwa sechs Monate hindurch wächst, sodann bis zu einem Jahr nur langsam wächst und von jetzt an constant bleibt oder sich auch vermindert, selbst bei den besten Boulogner Cementen, deren Qualität mindestens der der besten englischen Cemente gleichkommt.

Der Widerstand gegen Zerreissen ergab sich beim reinen Cement zu ungefähr $\frac{1}{8}$, bei Cementmörtel zu ungefähr $\frac{1}{7}$ des Widerstandes gegen Zerdrücken. W.

Literarische Rundschau.

Transportable Fördermaschine für Bergwerke. Nach den Angaben der Herren Alexander Smith und Pasfield in Dudley, ausgeführt von den Herren Chaplin u. Comp. Sie hat 15 Pferdekräfte, und besitzt zwei Cylinder von 0.2 Meter Durchmesser und 35 Centimeter Hubhöhe. Die Kurbelachse läuft durch die ganze Länge des Gestelles vor den Windtrommeln; die Umsteuerung wird durch die gewöhnliche Coulißenbewegung vermittelt. Die Trommeln haben 1.5 Meter Durchmesser, sitzen lose zu beiden Seiten des Kessels auf von einander unabhängigen Achsen, die durch Zahngetriebe bewegt werden, und deren gusseiserne Seitenkränze auf einer Hülse festgemacht sind, welche durch Klauenkupplung aus- und eingerückt werden können; der Beleg besteht aus starkem Eichenholz. Jede Achse ist hinreichend hinaus verlängert, um eventuell eine Drahtseilscheibe aufzunehmen. Der Kessel ist vertical, ohne Röhre, mit Ausnahme von zwei grossen Stützen, die quer über die Feuerbox gehen und zur Versteifung dienen. Das Ganze ist auf einem starken Gestelle von Schmiedeeisen befestigt; letzteres liegt auf Rädern, von denen die vorderen ein Drehgestell bilden, um mittelst Pferden die Maschine beliebig führen zu können. Alle Handgriffe befinden sich im Bereiche des Maschinenführers und da die Trommeln von einander unabhängig sind, so können entweder beide zugleich Materiale aus zwei Schächten fördern, oder nur eine Trommel fördern, während die andere zur Bewegung auf eine geneigte Bahn benützt wird. Der Kohlenconsum ist gering.

(The Engineer 16. Mai 1873.)

Der Werth der Stahlschienen erhellt aus der Thatsache, dass im vergangenen Halbjahre auf der Great-Western Eisenbahn in Canada die Unterhaltungskosten des Schienenstranges trotz vermehrtem Verkehre nur 15.64 Procent der Einnahmen gegen 20.04 Procent der entsprechenden Periode des Jahres 1871-72 betrugen.

(The Engineer, 30. Mai.)

350 pferdige combinirte Schiffsmaschine mit Zwillingsschrauben für den Dampfer „Ruahine“, von Dudgeon.

Der Hochdruck-Cylinder ist im Niederdruck-Cylinder enthalten, und für beide ist nur ein gemeinschaftlicher Schieber. Der Hochdruck-Kolben ist von gewöhnlicher Art, hat Federn und einen äusseren

Ring, der Niederdruck-Kolben jedoch ist mit einem sich zusammenziehenden äusseren und einem vermöge des Federdrucks expandirenden inneren Ring und mit Nuthe versehen. Die Kolbenstange des ersteren ist in der Mitte, die beiden Kolbenstangen für den Niederdruck aber sind nahe dem Umfang angebracht; zur sicheren Führung sind alle drei Stangen mit einander durch denselben Kreuzkopf verbunden. Die Führung wird blos bei den Niederdruckstangen mittelst in den Linealen eingelassenen Schuhen bewirkt; die Uebertragung geschieht durch die gewöhnliche Art der Schiffs-Treibstangen. Die Steuerung sowie die Umsteuerung befinden sich aussen. Beide etwas geneigte Cylinder einer Maschine ruhen neben einander auf einer gemeinschaftlichen Grundplatte, welche vorne in ein bügelartiges Stück mit Mittelsteg ausläuft, welches letztere zugleich die drei Lager der Kurbelwelle tragen. Der (Oberflächen-)Condensator befindet sich hinter den Cylindern, so dass die beiden Luft- und Circulations-Pumpen an der Verlängerung der Hochdruck-Kolbenstangen sitzen.

Die Einrichtung des Condensators besteht darin, dass das Wasser zuerst in die unterste der horizontalen drei Reihen Rohre getrieben wird, hierauf successive die andern zwei durchstreicht, so dass der Dampf möglichst viel Oberfläche trifft. Die Speise- und Leckpumpen besitzen Plungerkolben, sind beiderseits am Condensator angebracht und werden durch an die Kolbenstangen festgekeilte Arme angetrieben.

Die ganze Anordnung ist derart, dass die Schraubenwelle der vorderen Maschine zwischen die nach entgegengesetzter Richtung gelagerten Cylinder und Condenser der rückwärtigen (zweiten) Maschine hindurchgeht.

(The Engineer 9. Mai 1873.)

Nachricht.

Die königl. britische Commission für die internationalen Jahres-Ausstellungen zu London beabsichtigt in der nächstjährigen Exposition, welche vom 6. April bis 31. October dauern und unter Anderem das gesammte Civil-Ingenieur- und Bauwesen umfassen wird, auch Diagramme von alten und modernen Gebäuden aller Länder zur Anschauung zu bringen.

Nach dem Regulative sollen diese Diagramme als perspectivische Ansichten in Farbe oder Tusche auf Cannevas ausgeführt, mindestens 5×10 Fuss gross, aber doch nicht mehr als 10 Fuss hoch und 20 Fuss lang sein, den Massstab, sowie im Falle der Verkäuflichkeit den Preis, zu welchem sie von der Commission erworben werden können, enthalten, und auf Rollen eingesendet werden.

Die Handels- und Gewerbekammer für Oesterreich unter der Enns setzt uns in ihrer Eigenschaft als österr. Central-Comité für die oben erwähnte Ausstellung davon in Kenntniss, dass die auszustellenden Diagramme von Wien gegen Mitte März 1874 nach London abgesandt werden sollten, dass es sich vorläufig aber nur um die Anmeldungen handle; hierbei ist ausdrücklich betont, dass die königl. britische Commission laut einer authentischen Erklärung einen besonderen Werth darauf legt, Oesterreich-Ungarn mit seinen architektonischen Meisterwerken älterer und neuerer Zeit entsprechend vertreten zu sehen.

Anmeldungen zur Theilnahme an der nächstjährigen Ausstellung von Diagrammen werden im Bureau der Kammer (Wien, I. Herren-gasse 14) angenommen.

Aufforderung.

Nachdem gegenwärtig die meisten der von uns gehaltenen Zeitschriften aus den Jahren 1871 und 1872 behufs Einverleibung in die Bibliothek eingebunden werden sollen, so werden alle diejenigen Herren Mitglieder, welche noch einzelne Nummern oder Hefte entlehnt haben, freundlichst aufgefordert, dieselben so bald als möglich an das Secretariat einzusenden.

Der Vereins-Vorsteher.

Wiener Weltausstellung 1873.

In diesem Hefte tragen wir das im X. Hefte versprochene Blatt Nr. 30 nach. Die Verspätung des Erscheinens mag damit entschuldigt werden, dass wir den geehrten Lesern einen vollständigen Situationsplan der sämmtlichen für die Weltausstellung ausgeführten Objecte bringen wollten, was aber wegen Mangel eines genauen Original-Planes viele Correcturen nothwendig machte.

Die Redaktion.